

遗传算法在航空发动机非线性数学模型中的应用*

苏三买, 廉小纯

(西北工业大学 航空动力与热力工程系, 陕西 西安 710072)

摘要: 收敛性是航空发动机非线性数学模型的重要指标。现有发动机平衡方程迭代解法还不能保证模型大范围收敛。以某涡扇发动机为对象, 采用遗传算法求解发动机非线性数学模型, 将模型中的发动机平衡方程求解转换为极小值优化问题, 建立了遗传算法计算模型, 重点分析了采用遗传算法求解的适应度函数设计方法。数值仿真结果表明, 与牛顿-拉夫逊解法相比, 采用遗传算法方法可实现模型大范围收敛。

关键词: 航空发动机; 非线性; 数学模型; 遗传算法⁺; 平衡方程; 收敛

中图分类号: V235.13 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2004) 03-0237-04

Application of genetic algorithm in aeroengine nonlinear mathematical models

SU San-mai, LIAN Xiao-chun

(Dept. of Aeroengine Engineering, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072, China)

Abstract: Convergence is one of the most important issues in aeroengine nonlinear mathematical models. Current aeroengine balance equations solutions are not always effective in entire envelope. Genetic algorithm(GA) is applied on a turbofan engine performance model. Solving aeroengine balance equations is converted to a GA minimum optimization problem, and the solution method, especially the GA fitness function design, is introduced in detail. Comparison with Newton Raphson, simulation results show that the model convergence is improved with application of GA in aeroengine nonlinear mathematical models.

Key words: Aircraft engine; Nonlinearity; Mathematical model; Genetic algorithm⁺; Equilibrium equation; Convergence

1 引言

航空发动机非线性数学模型是发动机性能仿真的基础, 其中收敛性是模型的重要评价指标。由于航空发动机是一类特殊的工作对象, 其数学模型为一高度非线性的复杂系统, 发动机工作范围宽、参数变化范围大、非线性数学模型没有显式的数学函数描述、准确的变量导数求解困难, 因此在模型的平衡方程求解方面, 现有的迭代解法存在不收敛的局限。如目前广泛采用的牛顿-拉夫逊法^[1], 常常因为初猜值不准, 使计算失败, 引起模型发散, 从而制约发动机数学模

型的应用与发展^[2,3]。

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种基于自然群体遗传演化机制的全局优化算法。该算法具有不依赖所研究问题的具体领域、优化无需梯度信息、不要求显式的函数形式、对初猜值无要求、运算隐含并行, 以及以概率1收敛于全局最优解的特点, 尤其适合于大规模、高度非线性及无解析表达式的目标函数优化问题。本文主要研究采用遗传算法求解发动机平衡方程的方法与实现技术, 以期克服现有发动机模型中平衡方程解法的局限, 实现模型大范围收敛。

* 收稿日期: 2003-05-06; 修订日期: 2003-12-04。

基金项目: 航空推进技术验证 (APTD) 计划项目 (APTD-0901-13); 西北工业大学“英才培养计划”基金资助。

作者简介: 苏三买 (1968—), 男, 博士, 副教授, 研究领域为航空推进系统控制与性能仿真。

E-mail: microeng@nwpu.edu.cn

2 发动机平衡方程求解问题的数学描述

发动机工作时,各部件间必须遵循气动力学与转子动力学共同工作条件,即发动机的共同工作方程(也称为平衡方程)。以混合排气涡扇发动机为例,非线性数学模型中的平衡方程可转换为如下6个误差方程。

$$err(1) = (Mg_{HTcor} - Mg_{HTcal}) / Mg_{HTcal} \quad (1)$$

$$err(2) = (N_{HT} - N_c) / N_c \quad (2)$$

$$err(3) = (Mg_{LTcor} - Mg_{LTcal}) / Mg_{LTcal} \quad (3)$$

$$err(4) = (N_{LT} - N_F) / N_F \quad (4)$$

$$err(5) = (p_{s55} - p_{s25}) / p_{s25} \quad (5)$$

$$err(6) = (p_7 \cdot \alpha_7 - p_8) / p_8 \quad (6)$$

式(1)~(6)中各变量的定义如下:

Mg_{HTcor} , Mg_{LTcor} , Mg_{HTcal} , Mg_{LTcal} 分别为根据涡轮特性和流量连续计算的流量函数; N_{HT} , N_{LT} , N_c , N_F 分别为高、低压涡轮发出的功和带动高、低压转子所用的功; p_{s55} , p_{s25} 分别为内涵与外涵出口静压; p_7 , p_8 分别为喷管进口与喷管喉部总压。

发动机平衡方程求解问题相应为:在给定调节规律下,确定由上述误差方程所组成的非线性方程组的解。

3 发动机平衡方程求解的遗传算法模型

求解发动机平衡方程的核心最终归结为由式(1)到式(6)所组成的非线性方程组求解问题。而遗传算法是一种优化算法,采用遗传算法求解非线性方程组的关键是如何把方程组求解问题转化为函数优化问题,即构造求解非线性方程组的遗传算法模型。^[4]

设有限空间内的一般非线性方程组:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中 $a_i \leq x_i \leq b_i$, $i = 0, 1, \dots, n$; 常量 a_i , b_i 为相应自变量 x_i 的上下限。

记 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 构造非线性函数:

$$\begin{aligned} F(X) &= \lambda_1 |f_1(X)| + \lambda_2 |f_2(X)| + \dots + \lambda_n |f_n(X)| \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i |f_i(X)| \end{aligned} \quad (8)$$

式中 λ_i 为权重系数($\lambda_i > 0, i = 0, 1, \dots, n$)。

$X \in D, D = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2) \times \dots \times (a_n, b_n)$ 为 n 维欧氏空间的一个有界区域。

在整个自变量的有界区域,当非线性方程组(7)有解 $X^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ 时,函数满足 $F(X) \geq 0$; 即函数 $F(X)$ 的极小值

$$\min F(X) = F(X^*) = 0$$

非线性方程组(7)的求解问题等价于函数 $F(X)$ 的极小值问题。可通过构造如式(8)的函数 $F(X)$, 实现非线性方程组求解转化为如下遗传算法优化问题。

$$\min F(X) = \lambda_1 |f_1(X)| + \lambda_2 |f_2(X)| + \dots + \lambda_n |f_n(X)| \quad (9)$$

且 $F(X)$ 取极小值时的 X 即为所求方程组的解。

根据式(9),发动机平衡方程求解可转化为如下极小值优化问题。

$$\text{目标函数: } \min ERR(X) = \sum_{i=1}^6 \lambda_i |err(i)| \quad (10)$$

4 发动机平衡方程遗传算法求解的实现技术

4.1 目标函数中 $\lambda_1 \sim \lambda_6$ 确定

式(1)~式(6)为归一化形式, $err(1) \sim err(6)$ 在目标函数(10)中所占比重一致,因此 $\lambda_1 \sim \lambda_6$ 取相同值。为了克服计算机有限字长效应对遗传算法适应度计算与选择过程的影响,选取 $\lambda_1 \sim \lambda_6$ 为 10^5 。

4.2 独立变量选取与编码位数确定

对于混合排气涡扇发动机,在不同的调节规律下,发动机数学模型共包含 $Z_F, Z_C, pcrf, pcnc, Mg_{HTcal}, Mg_{LTcal}, T_4, Mf$ 八个变量独立变量,通常有以下4种组合(其中 Z_F, Z_C 为风扇压气机压比之比; $pcrf, pcnc$ 为转子百分比转速)。

$$(1) Z_F, pcrf, Z_C, pcnc, Mg_{HTcal}, Mg_{LTcal}$$

$$(2) Z_F, T_4, Z_C, pcnc, Mg_{HTcal}, Mg_{LTcal}$$

$$(3) Z_F, T_4, Z_C, pcrf, Mg_{HTcal}, Mg_{LTcal}$$

$$(4) Z_F, Mf, Z_C, pcrf, Mg_{HTcal}, Mg_{LTcal}$$

遗传算法中,变量的范围与编码长度是一对矛盾。编码长度一定,变量范围越小,个体分辨率越高,算法的计算效率将会提高,相应地计算精度也越高。为保证平衡方程的解满足一定的精度要求,本文采用二进制编码,上述8个独立变量的编码长度依次取14, 14, 12, 12, 12, 14, 14, 14位,并且针对上述4种组

合由相应的变量编码后串联组成遗传算法的个体。

4.3 适应度函数设计

适应度函数^[5]是遗传算法选择操作的依据。适应度函数反映了方程组解的质量,适应度函数值越大,个体对应的近似解越接近方程组的真实解。

采用遗传算法求解式(10)中 X (方程组的解) 时,随着进化代数增加,各个体对应的误差函数 $ERR(X)$ 趋向于 0。当适应度函数设计不合理时,可能使个体的适应度函数趋于一致,各个体将会以相近的概率遗传到下一代,从而最优个体不能迅速逼近方程组的真实解,影响算法的运行效率。

根据遗传算法适应度函数单值、非负、连续的要求,以及发动机平衡方程求解的具体情况,本文设计适应度函数如下:

$$U(X) = ERR_{max} - ERR(X) + k(ERR_{max} - ERR_{min}) \quad (11)$$

其中 ERR_{max} 、 ERR_{min} 分别为当前代群体中误差函数 $ERR(X)$ 的最大值和最小值; k ($k \geq 0$) 为待定系数。参数 k 的取值分析:

由式(11),群体中各个体对应的误差函数值确定后,个体的适应度取决于系数 k 。当个体的误差函数 $ERR(X)$ 为最小,即 $ERR(X) = ERR_{min}$ 时,

$$U_{max} = (1 + k)(ERR_{max} - ERR_{min})$$

$ERR(X)$ 为最大,即 $ERR(X) = ERR_{max}$ 时,

$$U_{min} = k(ERR_{max} - ERR_{min})$$

因此有:
$$p(k) = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{1+k}{k} \quad (12)$$

由式(12)可知, k 为当前代群体中最大与最小适应度之比 $p(k)$ 的控制系数。

式(12)中,若 k 取值过大, $p(k)$ 趋近于 1,即群体中 $ERR(X)$ 最大值和最小值对应个体有较接近的适应度和选择概率,整个计算过程退化至接近于随机搜索;若 k 取值过小, $p(k)$ 趋向 ∞ ,致使群体中误差数值较小个体的适应度和选择概率过小,失去复制到下一代的机会,从而选择操纵快速向某个或某几个个体集中,使获得解的计算效率下降。

对于 k 的取值,笔者曾进行了大量的试验比较,一般情况下,保持群体中最佳与最差个体的适应度之比与群体规模数 N 一致时,计算效果最好,即:

$$p(k) = (1 + k) / k = N$$

$$k = 1 / (N - 1)$$

虽然 ERR_{max} 、 ERR_{min} 随每一代群体不同而变化,但按式(11)确定的适应度函数能使算法在确定适应度和个体选择力度上具有一定的适应性。

4.4 进化策略及其参数

遗传算法计算时采用轮盘选择、简单交叉、均匀变异进化策略。群体规模、交叉概率、变异概率等参数的选择,将影响计算效率,不合适的参数设置有可能得不到方程的真解。关于上述参数,目前在遗传算法研究中还没有确定的理论设计方法。本文在解发动机模型平衡方程时,参考有关资料^[6],经多次优化,最终取群体规模 180,交叉概率 0.88,变异概率 0.01。

5 仿真结果分析

以 $\sqrt{\sum_{i=1}^6 [err(i)]^2} \leq \varepsilon$ 为计算的收敛条件,并且在发动机稳态性能计算时取 $\varepsilon = 0.001$,动态性能计算时取 $\varepsilon = 0.005$ 。表 1 分别为采用牛顿-拉夫逊法和遗传算法计算的发动机 4 个不同工作点情况,其中工作点 1, 2 分别为 $T_4 = 1650K$ 时,速度特性与高度特性的计算点;工作点 3 为 $pcnc = 82$ 时,节流特性的计算点;工作点 4 为从 $pcrf = 78$ 开始加速过程的计算点。

Table 1 Simulation results of two algorithms on some operation point
(static: $\varepsilon = 0.001$; dynamical: $\varepsilon = 0.005$)

No.	Operation point	N-R	GA
1	$T_4 = 1650, H = 12, Ma = 0.2$	Nonconvergence	Convergence
2	$T_4 = 1650, Ma = 0.6, H = 10$	Nonconvergence	Convergence
3	$pcnc = 82, H = 0, Ma = 0$	Convergence	Convergence
4	$t = 4.06, H = 4, mf = 1.136$	Nonconvergence	Convergence

图 1~ 3 为 $pcrf = 85$ 与 $Ma = 0.8$ 条件下采用遗传算法计算的高度特性曲线。当采用牛顿-拉夫逊法计算时,仅可计算到 8km 高度,超过 8km,模型不收敛;而采用遗传算法,模型在 20km 范围以内均能收敛。

发动机性能仿真,主要包括发动机高度特性、速度特性、节流特性及过渡态(加速、减速)性能计算。对发动机所有工作过程的性能进行仿真不现实也不可能,但对上述几个典型工作状态的仿真结果表明:与牛顿-拉夫逊法相比,遗传算法在求解发动机平衡方程时,具有良好的收敛性。

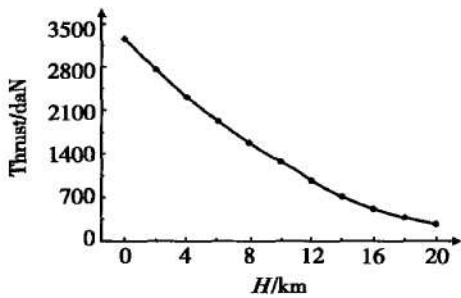


Fig.1 Thrust variable with flight height

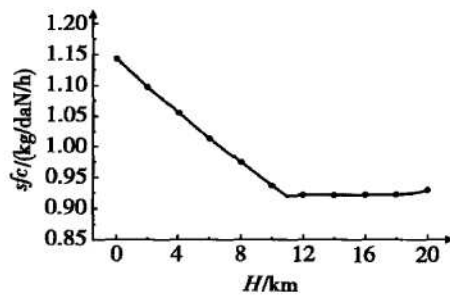
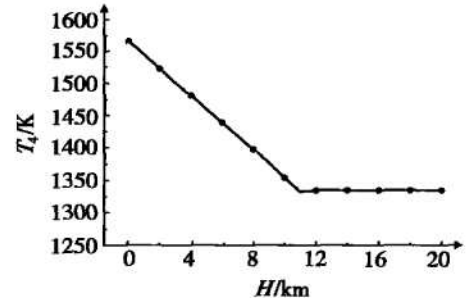


Fig.2 Sfc variable with flight height

Fig.3 T_4 variable with flight height

6 结论

本文将发动机非线性数学模型的平衡方程求解转化为遗传算法极小值优化问题,建立了发动机非线性数学模型遗传算法计算模型,并通过当前代群体中目标函数最大值与最小值,引入比例系数 k ,设计了遗传算法的适应度函数。仿真结果表明,采用遗传算法求解发动机平衡方程具有良好的收敛性,可扩大发动机非线性数学模型的收敛范围。

采用遗传算法虽然提高了发动机模型的收敛性,但计算效率还不尽人意,建议进一步提高该算法计算效率。

参考文献:

- [1] 李庆扬,莫孜中,祁立群. 非线性方程组的数值解法

(上接第 195 页)

6 结论

火箭冲压发动机补燃室绝热层要经历含有大量金属及金属氧化物粒子的高速燃气长时间冲刷,使得补燃室工作条件极为恶劣,本文计算出固体颗粒在补燃室内的分布,这对于发动机实验和优化设计都是很有用的。气体以湍流状态在发动机补燃室中流动和燃烧,流场中存在大尺度的回流区及旋涡,考虑了颗粒湍流扩散作用的颗粒随机轨道模型更加准确。通过改善燃气发生器工作条件和贫氧推进剂配方,使得进入补燃室的金属颗粒直径尽量小,来提高颗粒的燃烧效率。该模拟方法本身还有待于进一步修正,例如采用复杂反应模型,考虑铝蒸发后与气体之间燃烧产物的凝结等,以使其更符合实际问题。

参考文献:

- [1] 戴耀松. 固体火箭-冲压发动机的研究进展[J]. 推进技术, 1987, 8(5). (DAI Yaosong. Advances in solid rocket ram-

[M]. 北京: 科学出版社, 1999.

- [2] Visser W P J, Broomhead M L. GSP: A generic object-oriented gas turbine simulation environment[R]. *NLR-TP-2000*.
- [3] Sellers James F, Daniele Carl J. DYNGEN-A program for calculating steady state and transient performance of turbojet and turbofan engines[R]. *NASA TN D-7901*, 1975.
- [4] LI Song-lin, SUN Jian-guo. The application of genetic algorithm to solving nonlinear model of aeroengine[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2003, 16(2): 69~ 72.
- [5] 苏三买. 遗传算法及其在航空发动机非线性数学模型中的应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002.
- [6] 周 明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

(编辑: 梅 瑛)

jet engine[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 1987, 8(5).)

- [2] Ristori A, Dufour E. Numerical simulation of ducted rocket motor[R]. *AIAA 2001-3193*.
- [3] 马智博, 张振鹏, 蔡选义. 火箭冲压发动机掺混流场数值方法研究[J]. 推进技术, 1998, 19(4). (MA Zhibo, ZHANG Zhenpeng, CAI Xuan-yi. Numerical study of mixing flows in a ducted rocket combustor[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 1998, 19(4).)
- [4] Stowe R A. Two phase flow combustion modeling of a ducted rocket[R]. *AIAA 2001-3461*.
- [5] 周力行著. 多相湍流反应流体力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [6] 胡建新, 夏智勋, 王志吉, 等. 非壅塞固体火箭冲压发动机补燃室内流场数值模拟研究[J]. 固体火箭技术, 2002, 25(3).
- [7] John C M. Burning aluminum particles inside a laboratory-scale SRM[J]. *Journal Propulsion and Power*, 2002, 18(3).
- [8] 王国辉, 何国强, 刘佩进, 等. 过载状态下固体火箭发动机燃烧室内二相流动数值模拟[J]. 固体火箭技术, 2001, 24(2).

(编辑: 王居信)