

尾喷管内外超声速流场数值模拟*

赵坚行, 周琳

(南京航空航天大学能源与动力学院, 江苏 南京, 210016)

摘要: 采用有限元法数值模拟带二次流可调收-扩喷管内外跨声速和超声速流场, 在计算中采用四边形等参元确定位移函数, 利用加权余量法中的 Galerkin 法建立有限元方程, 数值研究三种型式喷管和四种飞行工况下尾喷管内外流场。计算结果与实验数据符合较好, 说明可用此数值模拟技术帮助开展实验研究, 进行尾喷管优化设计。

关键词: 有限元法; 数值仿真; 尾喷管; 喷管气流

中图分类号: V231.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055 (2001) 04-0295-04

Numerical investigation of internal and external supersonic flows of nozzle

ZHAO Jiar-xing, ZHOU Lin

(College of Energy and Power Engineering

Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The definite element method was developed for simulating the transonic flowfields and supersonic exhaust flows of convergent-divergent nozzles with the secondary flow. The shape and the secondary flow rate of the nozzles were adjustable. The 2-D 8 node and axisymmetric quadrilateral elements were used for shape functions. The Galerkin algorithm was employed in the solution of N-S equation of the compressible viscous flow. Calculations under four different operating conditions were obtained with the present method. The comparison between predictions and experimental data shows that the numerical procedures are reliable and can be used to assist the experimental study and predict the jet nozzle performance for the optimum design.

Key words: Finite element method; Numerical simulation; Tail nozzle, Nozzle flow

1 引言

为了能准确估算推力和确定飞机的飞行特性, 必须把尾喷流影响考虑进去, 有必要进行尾喷管内外流场计算。目前对尾喷管流场和尾喷流的数值分析广泛采用有限差分法, 如文献[1, 2]利用 MUSCL 格式求解喷管内跨声速流动, 文献[3]利用矢通量分裂法估算超声速尾流图。文献[4]应用时间推进有限体积法数值模拟了二次流喷射控制的二维矢量喷管内流场。对带二次流的可调收-扩喷管, 通过改变喷口调节片位置来改变喷管喉道面积、出口面积、几何形状及二次流流量来满足不同的飞行工况需要。本文采用有限元法数值模拟了这种气流结构较复杂的喷管内外

流场。

2 数值方法

2.1 基本方程

圆柱坐标系下二维紊流可压缩流的控制方程为

$$\frac{1}{r} \left| \frac{\partial}{\partial x} (\rho u r \phi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r \phi) - \frac{\partial}{\partial x} (r \cdot \phi \frac{\partial \phi}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) \right| = S_\phi \quad (1)$$

式中变量 ϕ 分别为速度 u 和 v , 焓 h , 紊流动能 k 及其耗散率 ϵ 组分燃气 m_g 和空气 m_a 。

根据加权余量法原理将式(1)离散化, 引入格林公式后, 并考虑满足第一边界条件, 求得二维圆柱坐标下的有限单元积分表达式为

* 收稿日期: 2000-12-20; 修订日期: 2001-01-16。

作者简介: 赵坚行 (1939-), 女, 教授, 研究领域为燃烧学。

$$\int_e \left[(r \rho u \phi) \frac{\partial W_e}{\partial x} + (r \rho v \phi) \frac{\partial W_e}{\partial r} - r \cdot \phi \left(\frac{\partial W_e}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial W_e}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] dx dr = \int_e W_e S_e \phi dx dr \quad (2)$$

式中 W_e 为权函数, 设定近似解 ϕ , 形函数 N_j 可确定, 按 Galerkin 法; 使 W_e 等于 N_j , 只要将 N_j 代入式 (2), 即可求解出 n 个 ϕ 未知量。

2.2 压力修正方程

在流场计算中, 由于压力场的计算是通过连续方程间接确定, 为了提高计算精度, 可通过压力场与速度场之间耦合关系并根据 Galerkin 法, 导出压力修正方程为

$$\begin{aligned} [p]_e \int_e \left| \frac{\partial W_e}{\partial x} r M_x \rho^* \frac{\partial W_e}{\partial x} + \frac{\partial W_e}{\partial r} r M_r \rho^* \frac{\partial W_e}{\partial r} \right| dx dr + \\ \int_e \frac{W_e}{R} \left| \frac{\partial}{\partial x} (ru^* \frac{p}{T}) + \frac{\partial}{\partial r} (rv^* \frac{p}{T}) \right| dx dr \\ = \int_e \left| \frac{\partial W_e}{\partial x} r \rho^* \hat{u} + \frac{\partial W_e}{\partial r} r \rho^* \hat{v} \right| dx dr + \\ \int_e W_e \left| \frac{\partial}{\partial x} (r \rho^* u^*) + \frac{\partial}{\partial r} (r \rho^* v^*) \right| dx dr - \\ \int_e W_e (r \rho^* \hat{u}) dr - \int_e W_e (r \rho^* \hat{v}) dx \quad (3) \end{aligned}$$

式中 $[p]_e$ 为单元压力矩阵, 上标“*”代表一次迭代值。

$$M_x = \frac{1}{\alpha_{ij}^x} \sum_{i=1}^n W_e dx dr$$

$$M_r = \frac{1}{\alpha_{ij}^r} \sum_{i=1}^n W_e dx dr.$$

α_{ij} 表示 x , 或 r 方向的动量方程系数矩阵中的值。在局部坐标中, 利用坐标变换表达式求解压力方程后, 再按下式求解 u, v :

$$u = \hat{u} - \frac{1}{\alpha_{ij}^x} \int_e W_e \frac{\partial W_e}{\partial x} dx dr [p]_e$$

$$v = \hat{v} - \frac{1}{\alpha_{ij}^r} \int_e W_e \frac{\partial W_e}{\partial r} dx dr [p]_e \quad (4)$$

整个迭代过程步骤如下: (1) 设定压力的初始值, 利用 u, v 方程, 求出 \hat{u}, \hat{v} ; (2) 将 \hat{u}, \hat{v} 值代入压力修正方程, 获得压力 p 的修正值; (3) 根据已获得的 \hat{u}, \hat{v}, p 值, 再进一步对速度进行修正; (4) 根据能量方程, 解出温度 T 值; (5) 求解紊流动能 k 及其耗散率 ϵ 方程, 修正粘性系数 μ_e ; (6) 判断是否收敛, 如果收敛, 则计算结束, 输出计算结果, 否则重新迭代求解, 直到取得满意结果为止。

2.3 四边形等参元及其插值函数

采用任意形状和大小的四边形单元来划分计算

区域。这些单元的顶点为待求解函数值的节点, 单元内任意点的函数值可通过节点值在单元内插值得到。考虑到直接对任意形状和大小的四边形单元积分较困难, 故对其进行坐标转换, 把任意四边形单元变换为正方形单元, 坐标变换不是针对整个区域, 而是分别对每一个单元。设 (x, r) 为整体坐标, 它适用于求解整个区域, 而称 (ξ, η) 为局部坐标, 它只适用于一个单元, 总体坐标 (x, r) 与局部坐标 (ξ, η) 之间的变换关系为:

$$\begin{cases} x = N_i x_i + N_j x_k + N_k x_k + N_m x_m \\ r = N_i r_i + N_j r_k + N_k r_k + N_m r_m \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} N_i = (1 - \xi)(1 - \eta)/4 \\ N_j = (1 + \xi)(1 - \eta)/4 \\ N_k = (1 + \xi)(1 + \eta)/4 \\ N_m = (1 - \xi)(1 + \eta)/4 \end{cases} \quad (6)$$

称为形函数或插值函数, 如把正方形单元构造成双线性插值函数后, 可以进一步算出

$$\phi = N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k + N_m \phi_m \quad (7)$$

式中 N_i, N_j, N_k 和 N_m 为形函数或插值函数, 与式 (6) 中之值完全相同。

2.4 坐标变换矩阵

在流场计算中, 各个变量如速度、压力、温度和组分等都是依赖于总体坐标的函数, 而在变量插值函数式 (7) 中只给出 ϕ 关于局部坐标 (ξ, η) 的函数, 而对 ϕ 对 (x, r) 的函数关系可利用复合函数求导法则, 通过 (ξ, η) 对 (x, r) 进行坐标变换求得, 对任一变量函数求导公式, 写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 J 为雅可比矩阵, 它可从式 (5) 和 (6) 求得, 进而获得雅可比行列式 $|J|$, 利用矩阵求逆的方法可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{4} |J|^{-1} [(a_4 + B\xi) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - (a_2 + B\eta) \frac{\partial \phi}{\partial \eta}] \\ [JJ]^{-1}, \text{ 这样, 经推导, 可得坐标转换式} \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{4} |J|^{-1} [-(a_3 + A\xi) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + (a_4 + A\eta) \frac{\partial \phi}{\partial \eta}] \end{aligned} \quad (9)$$

式中雅可比行列式为

$$|J| = \frac{1}{16} [(a_1 a_4 - a_2 a_3) + (B a_1 - A a_2) \xi + (A a_4 - B a_3) \eta] \quad (10)$$

式中 $a_1 = -x_i + x_j + x_k - x_m$

$$a_2 = -r_i + r_j + r_n - r_m$$

$$a_3 = -x_i - x_j + x_k + x_m$$

$$a_4 = -r_i + r_j + r_k + r_m$$

$$A = x_i - x_j + x_k - x_m$$

$$B = r_i - r_j + r_k - r_m$$

利用式(9)可把任一变量 ϕ 对 (x, r) 求导, 转化为对 (ξ, η) 求导。

3 边界条件与数值解法

进口条件为各计算工况给定各气流参数分布, 轴线上取对称条件, 喷管固壁取无滑移条件, 近壁区采用壁面函数处理, 尾喷流边界在轴向和径向分别远离喷口和主流, 边界附近气流参数已变化不大, 按径向梯度或法向梯度值相等处理。

采用 SIMPLE 算法对控制方程组进行数值求解。在代数方程组迭代求解中, 为了加快收敛或避免发散采用欠松弛法, 松弛因子可调, 即

$$\alpha_\phi = A + B \cdot N$$

式中 N 为迭代次数, A, B 为经验常数在程序调试中确定。

4 计算结果分析

为了验证计算方法, 本文先对一种收-扩喷管^[5]跨声速流场进行计算, 并将计算结果与实验进行比较, 喷管的入口半径 $h_j = 3.52$ cm, 出口半径 $h_e = 2.46$ cm, 喉半径 $h_l = 1.37$ cm, 收敛长度 $l_1 = 5.78$ cm, 总长度为 $l = 11.56$ cm。假设来流为均匀流, 入口 Ma 数为 0.232, 温度为 300 K, 外界气压与入口总压之比为 0.1153。图 1 和图 2 分别表示喷管内等马赫线分布

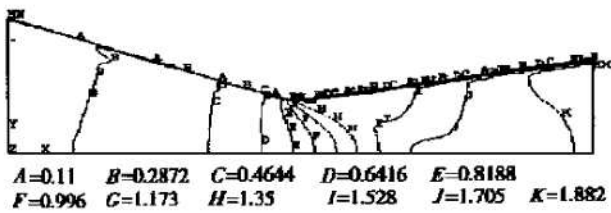


Fig. 1 Mach number contours in the nozzle 1

和喷管中心线上压力沿程分布。 Z^* 代表相对于喷管中心点的轴向相对位置, 即以喉部为原点, 喷管的轴向距离与喷管总长度之比。由图可知气流压力沿程变化的计算值与实验数据吻合较好。其次本文参照文献[6]的计算工况对另一种收-扩喷管内外流场进行计算。喷管入口总压 $p_0 = 0.7263$ MPa, 温度 $T^* = 273.11$ K, 流场中外流 $M_\infty = 0.8$, 总压与反压之比为

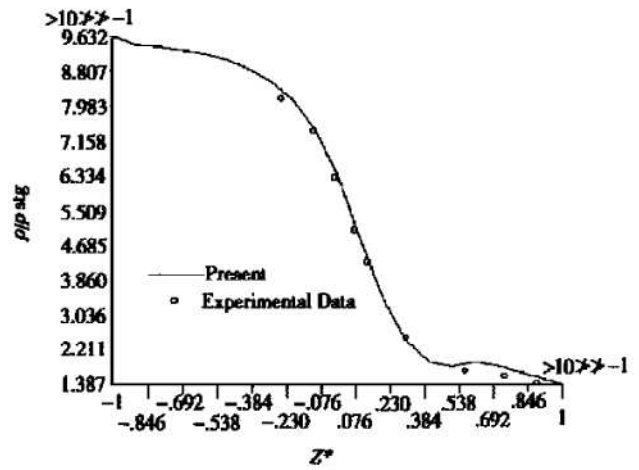


Fig. 2 Centerline pressure distributions in the nozzle 1

$p^*/p_0 = 7.17$, 在本算例中, 喷管内部划分的网格数为 60×50 , 外流场网格数为 400×75 , 其中压壁面和激波出现处, 局部网格加密。图 3 为等马赫线分布,

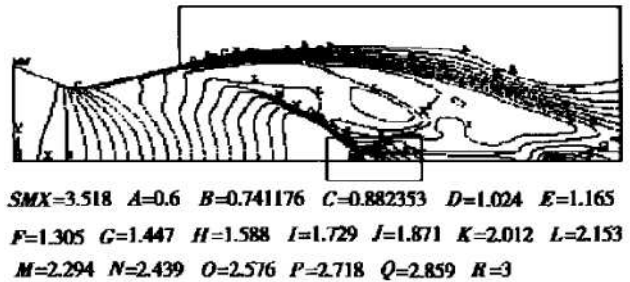


Fig. 3 Mach number contours 1

由图可见, 气流在喷管出口处于未完全膨胀状态, $p_j/p_0 = 1.1$ (p_j 为喷管出口流压力) 流出气体在管外继续膨胀, 流场中的激波为斜激波, 从图中所示的整个流场波系结构中可看到两道斜激波。本文对带二次流收-扩喷管四种工况下内外流场进行数值分析, 这四种工况分别为地面台架中间状态和最大状态, 飞行高度为 11 km, 外流 Ma 数为 0.8 和 2.35 的最大状态。部分计算结果如图 4~ 7 所示, 其中图 4 和图 5 分别为发

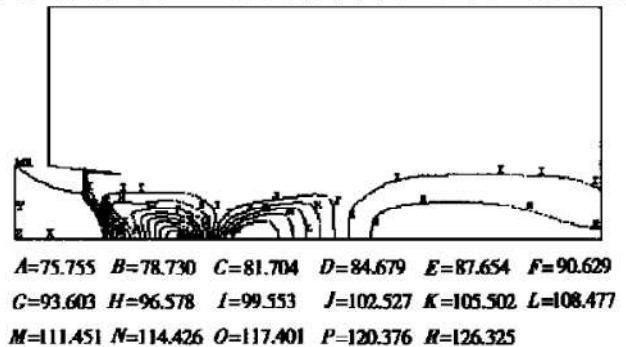


Fig. 4 The pressure contours(case 2)

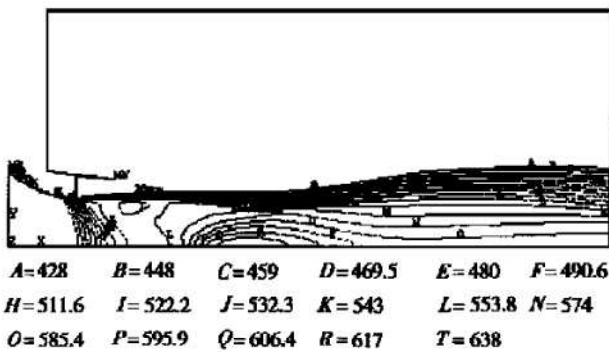


Fig. 5 The temperature contours(case 2)

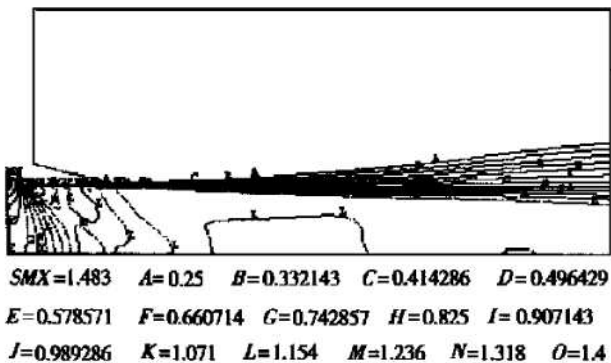


Fig. 6 Mach number contours (case 3)

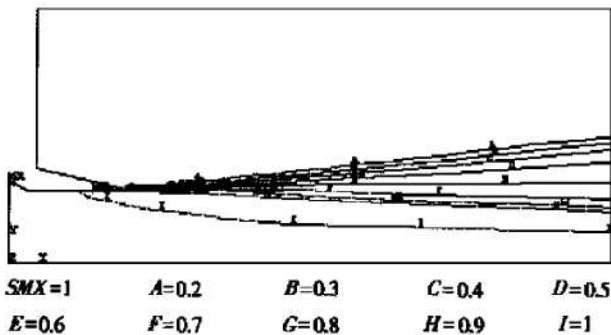


Fig. 7 Mach fraction contours of product (case 3)

动机处于地面台架中间状态(状态二)时等压力线和等温线分布。喷管内计算区域分为两部分,从主喷管入口到主喷管出口和从主喷管出口到套管出口,网格分别为 30×30 和 25×40 , 喷管外流场网格为 100×55 。喷管入口总压为 0.2904 MPa , 总温为 750.7 K , 余气系数为 5.65 。由图可见,燃气在主喷管出口处达到声速后继续膨胀,在套管出口主流与外界环境压力比值为 $p_e/p_0 = 1.036$, 在尾喷流流场中出现斜激波,

波前马赫数为 1.4 , 气流从主喷管喷出后与二次流掺混,掺混层逐渐发展,在掺混层中由于高温燃气与二次流及大气中空气掺混,使气流温度逐渐下降。图6和图7分别为发动机处于地面台架最大状态(全加力状态)时,带二次流喷管内外流场的等 Ma 数线分布和燃气所占成分比分布图。由图可知,燃气在喉部达到声速后继续膨胀,在尾流中出现了斜激波,波前马赫数为 1.4 , 燃气流从主喷管喷出后与二次流掺混,掺混后随着轴向距离增加逐渐扩展,由于高温燃气与二次流及大气中空气逐渐掺混,因此随着掺混层扩张,燃气所占比例也相应降低。

5 结 论

(1) 对某型收-扩喷管的实验数据验证表明,开发和应用有限元程序 ANSYS 可以较好地预估带二次流收-扩喷管内外流场,所取得的气流速度、压力、温度、组分等分布以及射流边界可为收-扩喷管优化设计提供有用的参考数据。

(2) 采用喷管内外流场整区计算方法比内外流场分开计算更切合实际情况,所得计算结果较为合理。

参考文献:

- [1] 赵一鹏,余少志. 复杂几何形状喷管内外三维流场的数值模拟[J]. 推进技术, 2000, 21(3).
- [2] Gerolymos G A, Vallet I. Computation of unsteady three-dimensional transonic nozzle flow using $k-\epsilon$ turbulence closure[J]. AIAA Journal 1996, 34(7).
- [3] Hoffmann K A, Suzen Y B, Papadakis M. Numerical computation of high speed exhaust flows[R]. AIAA 95-0758.
- [4] 乔渭阳,蔡元虎,齐少军,等. 次流喷射控制推力矢量喷管的流场数值模拟[J]. 推进技术, 2000, 21(6).
- [5] Mason M L, Putnam L E, Re R J, The effect of throat contouring on two-dimensional Converging-diverging nozzles at static conditions[R]. NASA TP-1704, 1980.
- [6] Goldberg U C, Gorski J J, chakravarthy S R. Afterbody flow-field computations at transonic and supersonic Mach numbers [J]. J. of Propulsion, 1987, 3(1).

(编辑:王居信)