

两种多重网格法求解径流叶轮机械可压流动*

衣同训, 姜勇, 索沂生

(清华大学热能工程系, 北京 100084)

摘要: 为了加快数值求解叶轮机械内部流场的收敛速度, 并改善计算结果, 在数值求解径流叶轮机械可压流动的计算中, 采用了由微元、二重和三重网格逐级转入和同时转入的两种多重网格法。对德国宇航局 Krain H 设计的离心压气机内部流场的数值计算表明, 两种多重网格法的计算结果差别不大, 尽管在收敛速度方面存在差异, 但均与测量数据吻合比较好。

关键词: 径向流; 流场仿真; 多重网格法; 时间推进法

中图分类号: TH453; O354 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055(2000)06-0052-04

Comparison of two multi-grid schemes for radial turbo-machinery compressible flow

YI Tong-xun, JIANG Yong, SUO Yi-sheng

(Dept. of Thermal Engineering, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China)

Abstract: To accelerate the converging process of turbomachinery CFD and improve the calculation results, two new multi-grid schemes are used to calculate the internal flow field inside the radial turbomachinery. The calculation of Krain H centrifugal impeller shows that the simulation results of the two methods are very similar and both fit fairly well with the measurement. In addition, both methods greatly improve the converging speed while some difference exists between the two methods in converging process.

Key words: Radial flow; Flow field simulation; Multiple grid scheme; Explicit time marching method

1 引言

Ni R H^[1]提出的多重网格法是首次将多重网格法与时间推进法相结合而成功的范例。本文作者的两种多重网格法是与显式时间推进法、有限体积差分格式、粘性体积力法配合使用。本文按照有限体积差分格式的基本思想将 Ni R H 的差分格式改编成了时间方向一阶精度、空间方向二阶精度的有限体积差分格式; 并且采用 Denton^[2]关于“粘性体积力”的思想来模拟粘性对流体流动的影响。在此基础上, 作者提出了两种在上述有限体积差分格式上使用的多重网格法, 并在计算结果和收敛速度方面进行了比较。

2 控制方程及离散化

文献 [3] 给出了叶轮机械可压流动积分控制方程和有限体积差分格式的具体表达形式。为讨论方

便, 只给出连续方程及其差分格式

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \oint_C [\rho \mathbf{w} \cdot d\mathbf{A}] = 0;$$

$$\rho_{n+1} = \rho_n + \frac{\Delta t}{8} (\Delta \rho_q + \Delta \rho_q - \Delta \rho_b - \Delta \rho_s).$$

其中二阶变化率 $\Delta \rho_q$, $\Delta \rho_b$ 和 $\Delta \rho_s$ 是一阶变化率 $\Delta \rho$ 的函数。微元体内一阶变化率的计算如下:

对微元体而言, 连续方程可以离散为

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \Delta \rho = \sum_{C_s} [(\rho V_x) dA_x + (\rho V_t - \omega r)] dA_t + (\rho C_r) dA_r = \Delta m \dot{\rho}$$

它可以改写为 $\Delta \rho = \frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \frac{\Delta m \dot{\rho}}{\Delta V}$, 可见, 微元体内质量变化率 $\Delta m \dot{\rho}$ 的求取是有限体积差分计算的基础。

3 多重网格法

本文采用了两种在上述有限体积差分格式上使用的多重网格法 (以连续方程求解为例), 具体说明

* 收稿日期: 1999-09-04; 修订日期: 2000-04-20。基金项目: 兵器工业部预研基金项目 (20.2.1, C 9106)

作者简介: 衣同训 (1972—), 男, 硕士生, 研究领域为热动力建模、仿真及控制。

如下: 设每个二重网格包含的周向、轴向和径向微元网格数为 $3 \times 3 \times 3$, 每个三重网格包含的周向、轴向和径向二重网格数为 $4 \times 4 \times 4$ 。每个二重网格内的质量变化率 $\cdot m_{\text{D}}$ 与其所含的 27 个微元网格质量变化率的关系是 $\cdot m_{\text{D}} = \sum_{i=1}^{27} \Delta m_{\text{D}}(i)$ 。三重网格内的质量变化率 $\wedge m_{\text{D}}$ 与该三重网格内 $4 \times 4 \times 4$ 个二重网格内质量变化率的关系是 $\wedge m_{\text{D}} = \sum_{i=1}^{64} \cdot m_{\text{D}}(i)$ 。

微元、二重和三重网格的误差逐级转入的方法(多重网格法一)如下:

- (1) 在微元网格上进行 4 步时间推进计算。
- (2) 在二重网格进行时间推进计算。将二重网格内质量变化率按照质量比分配到 27 个微元网格内, 即

$$\Delta m_{\text{D}}(i) = \frac{3\rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27}\rho(i)\Delta V(i)} \cdot m_{\text{D}}$$

然后在每个微元网格上进行流场计算。

- (3) 转入三重网格计算。将三重网格内质量变化率按照质量比分配到 64 个二重网格内, 然后再分配到每个微元网格, 即

$$\Delta m_{\text{D}}(i) = \frac{12\rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27 \times 64}\rho(i)\Delta V(i)} \wedge m_{\text{D}}$$

最后按照有限体积差分格式在微元网格上进行流场计算。

- (4) 在三重网格上计算完成后, 转入步骤 (1), 循环计算, 直至计算收敛(各个截面的流量差小于 0.01, 每两步计算的速度差小于 0.005 m/s)。

微元、二重和三重网格的误差同时转入的方法(多重网格法二)如下:

- (1) 每一次时间推进计算同时在微元网格、二重网格和三重网格上进行。具体实现是通过将二重网格和三重网格内参数变化率插值到微元网格上。

- (2) 对微元网格、二重网格和三重网格内质量变化率的综合考虑是

$$\Delta m_{\text{D}}(i) = \Delta m_{\text{D}}(i) + 0.75 \frac{27\rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27}\rho(i)\Delta V(i)} \cdot m_{\text{D}} + 0.5 \frac{27 \times 64\rho(i)\Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27 \times 64}\rho(i)\Delta V(i)} \wedge m_{\text{D}}$$

- (3) 在代入差分格式计算时, 对上式进行修正(实际上是考虑到了误差重叠),

$$\Delta m_{\text{D}}(i) = \frac{\Delta m_{\text{D}}(i)}{1 + \alpha(i)},$$

其中

$$\alpha(i) = \frac{|\Delta m_{\text{D}}(i)|}{\sum_{i=1}^{27 \times 64} |\Delta m_{\text{D}}(i)| / 27 \times 64}$$

4 径流压气机内部流场计算实例

本例计算采用了德国宇航局 Krain H 设计的离心压气机。其具体的几何数据和测量结果可以参看文献 [4, 5]。图 1 是测量截面。图中测量截面 iy ㉔ ㉕ ㉖ 和 (x/s_m) 分别是 0, 0.2, 0.4, 0.6 和 0.8。

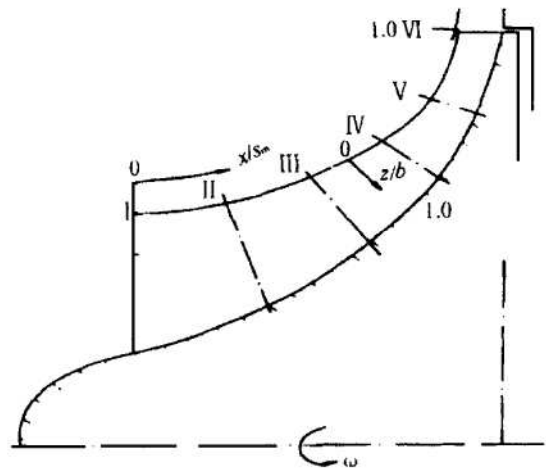


Fig. 1 Cross section for measurement

就收敛速度而言(同样的计算机型号 Pentium ㉗ 处理器), 计算到相同的收敛精度, 不采用多重网格法, 需要 3 755 步; 微元、二重和三重网格的误差逐级转入需要 2 845 步(计算 500 步需要 35 s); 微元、二重和三重网格的误差同时转入需要 1 420 步(计算 500 步需要 30 s)。可见, 本文的多重网格法在加快计算的收敛速度方面是很有效的。

图 2 和图 3 给出的分别是子午速度 C_m 与叶尖处旋转速度 U_2 比值在 ㉔ 和 ㉕ 截面上的分布情况。图中“PS”代表压力面, “SS”代表吸力面, z/b 代表测量截面相对叶高(从轮壳表面算起)。总的说来, 两种多重网格法的计算结果和试验结果吻合较好, 尤其是第二种方法。测量结果和计算结果均表明, 吸力面附近 C_m/U_2 比较大, 叶尖处 C_m/U_2 比较小, 而在轮壳处计算值与测量值差别较大。作者认为, 这主要是由于数值计算没有考虑到轮壳处间隙的影响。另外, 测量结果和计算结果都表明, ㉔ 截面(接近于压气机轴流段)上, C_m/U_2 沿叶高增加; 而在 ㉕ 截面(相当

于径流段), 情况正好相反。

图4和图5给出的分别是截面II和截面III上相对流动角(径向速度与轴向速度之间夹角)的分布情况。总的说来, 从轮毂处开始沿叶高的绝大部分区域内, 计算结果与测量结果比较吻合。其中, 第

二种方法的结果与测量结果符合更好。在㊟截面和截面㊟(接近于压气机径流段)上, 相对流动角均沿叶高增加。另外, 在接近于轮壳处, 两种方法的计算结果均比测量值小。这可能是因为数值计算时没有考虑叶尖与轮壳处间隙的影响。

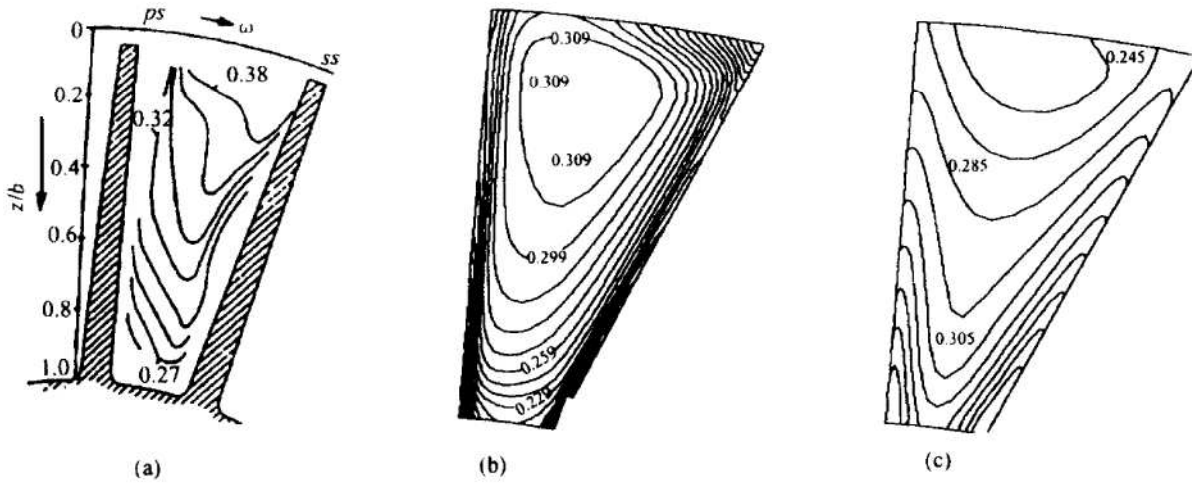


Fig. 2 C_m/U_2 in section ㊟

(a) Measurements (b) Computation results (multi-grid method 1) (c) Computation results (multi-grid method 2)

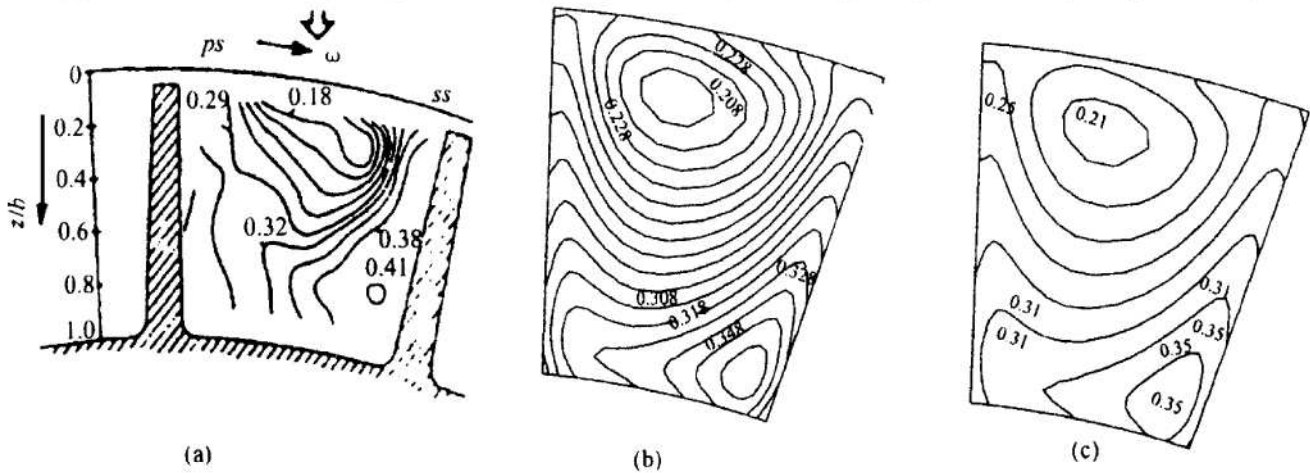


Fig. 3 C_m/U_2 in section ㊟

(a) Measurements (b) Computation results (multi-grid method 1) (c) Computation results (multi-grid method 2)

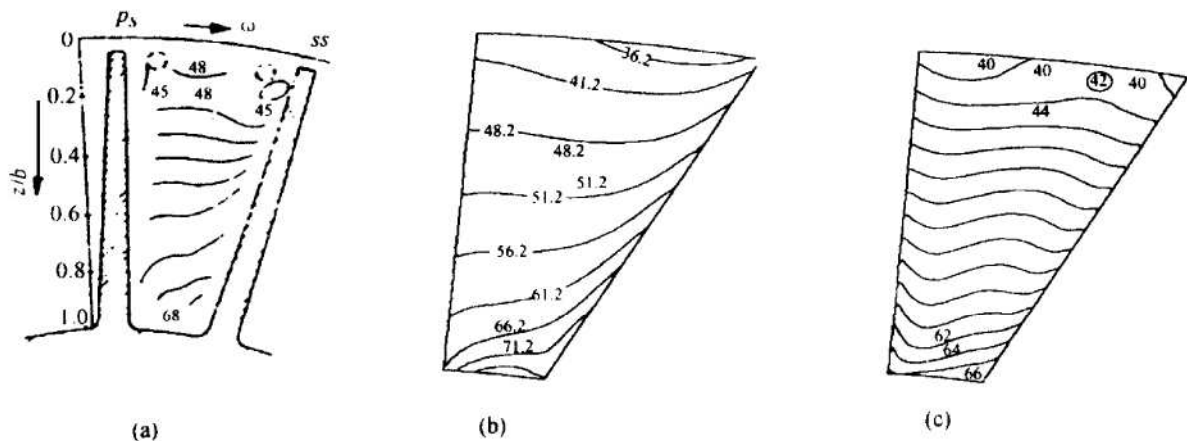


Fig. 4 Relative flow angle in section ㊟

(a) Measurements (b) Computation results (multi-grid method 1) (c) Computation results (multi-grid method 2)

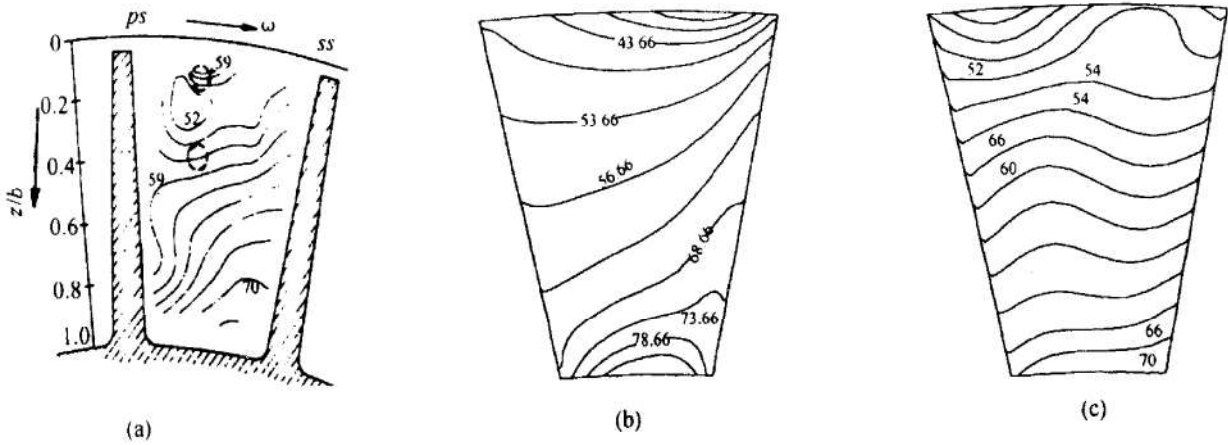


Fig. 5 Relative flow angle in section (四)

(a) Measurements (b) Computation results (multi-grid method 1) (c) Computation results (multi-grid method 2)

5 结 论

本例的数值计算表明两种多重网格法计算结果差别不大，均与试验数据吻合比较好。两种方法均大大加快了计算过程的收敛，其中微元、二重和三重网格的误差同时转入效果更好。两种多重网格法无论在计算效果还是在加快收敛速度方面均是成功的。

另外，本文的计算表明，在靠近轮壳处计算结果均与测量值有较大差别。这说明在叶轮机械数值计算时很有必要考虑叶顶间隙的影响。

参 考 文 献

(责任编辑: 龚士杰)

[1] Ni R H. A multiple grid scheme for solving the Euler equations

[J] .AIAA Journal, 1982, 20 (11): 1565~ 1571.

[2] Denton J D. The use of a distributed body force to simulate viscous effects in 3d flow calculations [R] .ASME Paper, 1986, 86-GT-144.

[3] 衣同训. 多重网格法求解叶轮机械可压及不可压流动 [D] .北京: 清华大学热能工程系, 1999.

[4] Krain H. Swirling impeller flow [J] .Transactions of the ASME, Journal of Turbomachinery, 1988, 110: 122 ~ 128.

[5] Krain H, Hoffman W. Verification of an impeller designed by laser measurement and 3d calculation [R] .ASME Paper, 89-GT-159, 1989.

简 讯

《推进技术》创刊 20 年可持续发展研讨会在杭州举行

2000 年 9 月 19 日至 22 日，在杭州召开了《推进技术》创刊 20 年可持续发展研讨会，20 余名编委、活跃作者参加了会议。会议由编委会主任刘兴洲主持，主编戴耀松作了以“奋发进取，争创精品”为题的总结，回顾了 20 年的奋进历程，分 6 部分总结了不断提高刊物质量、跻身于世界之林的经验，提出了争创精品的目标与措施。在讨论中，与会专家认为 20 年来，《推进技术》坚持了办刊方针，突出了技术与应用，树立了严肃、朴实、高品位的形象。尤其是连续 10 年被美国《工程索引》(EI) 所收录，已成为国内外有一定知名度与影响力的科技期刊。今后为努力争创精品，应多登精品文章，进一步提高创新意识，扩大稿源(注意开发研究所与工厂的稿源); 还要精审、精编、精印，层层把关; 要按第八届编委会提出的要求，继续注意文题的推敲、英文摘要的质量和引文的编排。与会专家高度评价编辑部为创刊 20 年而撰写的“《推进技术》二十年”，内容翔实，经验丰富，信息量大，使用方便。希望加强宣传，恳请各界和各级领导与专家给予更多的关注与支持!

与会专家还参加了航天第三专业信息网第 21 届技术信息交流会暨建网 20 周年学术研讨会，获得了很多信息。

(本刊通讯员)