

# 跨声速轴流风扇转子流场三维 粘性数值分析\*

张士杰, 袁新, 叶大均

(清华大学热能工程系, 北京 100084)

**摘要:** 采用一种快速求解三维粘性流场的计算方法求解跨声速压气机风扇转子内部流场。该方法以 LU 型隐式格式和 MUSCL TVD 迎风格式为基础, 结合壁面函数方法和简单的混合长度湍流模型, 使用多重网格迭代加速收敛技术, 对三维可压缩雷诺平均 N-S 方程进行求解。计算得到了 NASA Lewis 67 跨声速、低展弦比轴流风扇转子的性能曲线, 并重点分析了最高效率点工况和近失速工况下的内部流场。计算与实验结果的对比表明, 此方法能快速得到三维粘性流场的流动特性且计算精度较高, 可用来模拟跨声速风扇转子内部流动。

**关键词:** 跨音速压气机; 轴流风扇; 数值计算; 多重网格方法

中图分类号: V235.113 文献标识码: A 文章编号: 1001-4055(2000)06-0040-04

## 3-D viscous numerical investigation on flow field of a transonic axial-flow fan rotor

ZHANG Shi-jie, YUAN Xin, YE Da-jun

(Dept. of Thermal Engineering, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China)

**Abstract:** The internal flow field of NASA Lewis Rotor 67 was numerically analyzed using a fast full 3-D viscous flow calculating method with multigrid acceleration technique. This practical engineering-oriented method was developed based on a new Lower-Upper implicit scheme and a fourth-order high resolution MUSCL TVD scheme. A wall-function method was employed to effectively reduce the computational effort. Simple zero-equation turbulence model was adopted to closure the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. Compared with the results obtained from experimental data, these solutions demonstrate both the efficiency and accuracy needed by practical applications.

**Key words:** Transonic compressor; Axial flow fan; Numerical calculation; Multigrid method

## 1 引言

叶轮机械多叶片排的三维粘性流计算方法已有许多报道, 但往往需要大量的时间, 且由于计算机硬件的限制, 目前还难于工程实践。发展一种既能包含一些粘性效应又能快速求解的方法就成为当前研究的一个重要课题。

粘性体积力方法<sup>[1]</sup>是 Denton 发展的一种三维粘性流场快速求解方法。但由于对方程中的粘性力计算做了大量的简化处理, 实际对能量方程并不求解, 在流动现象较为复杂时, 计算往往会出现偏差。文献 [2] 采用三阶精度的 Goddard 格式和隐式近似因式分解法加速计算, 数值模拟了三维粘性流场。本

文使用有限差分的隐式时间推进方法, 结合多重网格迭代加速技术, 发展了一种三维雷诺平均 N-S 方程快速求解方法用于模拟压气机和风扇内部流场。为验证方法的可靠性, 对具有详细实验结果的 NASA Lewis 67 跨声速风扇转子进行了数值模拟。

## 2 控制方程

假设移动系统以常角速度  $\Omega$  围绕  $x_1$  轴作定常旋转, 则三维可压缩雷诺平均的 N-S 方程无量纲化后在相对参考坐标系中可以写成如下守恒律形式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} D + S = 0 \quad (1)$$

$Q$  为未知变量矢量的一般形式,  $F_i$  为对流通量矢

\* 收稿日期: 2000-01-13; 修订日期: 2000-03-10。基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (596760004)。

作者简介: 张士杰 (1971—), 男, 博士生, 研究领域为气动热力学、动力机械及工程。

量,  $D_i$  为粘性项,  $S$  为源项。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho w_1 \\ \rho w_2 \\ \rho w_3 \\ \rho E \end{pmatrix}, F_i = \begin{pmatrix} \rho w_i \\ \rho w_1 w_i + \xi_{1p} \\ \rho w_2 w_i + \xi_{2p} \\ \rho w_3 w_i + \xi_{3p} \\ \rho H w_i \end{pmatrix},$$

$$D = - \frac{\partial}{\partial x_i} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_y w_j - q_i \end{pmatrix}, S = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \Omega (\alpha_{2+} - 2w_3) \\ \rho \Omega (\alpha_{3-} - 2w_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中  $\rho$  是密度,  $w_i$  是  $x_i$  方向相对速度矢量分量,  $E = e + (w \rho w_l - \Omega^2 r^2) / 2$  和  $H = h + (w \rho w_l - \Omega^2 r^2) / 2$  分别是相对滞止内能和相对滞止焓,  $e, h$  分别表示内能、焓。  $r^2 = x_2^2 + x_3^2$ , 压强  $p$  由完全气体状态方程描述, 即  $p = (\gamma - 1) \rho$ , 其中  $\gamma$  为绝热指数,  $\tau_y$  是分子和雷诺应力张量的和,  $q_i$  是分子和湍流热流矢量的和。

$$\tau_y = (\mu + \mu_t) \left| \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial w_l}{\partial x_l} \right|$$

$$q_i = - \left| \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right| \frac{\partial h}{\partial x_i}$$

其中  $\mu$  和  $\mu_t$  分别是分子粘度和湍流 (涡旋) 粘度,  $Pr$  和  $Pr_t$  为层流和湍流 Prandtl 数。

假设靠近固体壁面网格上的第一个点在层流底层或对数率边界层内, 则固壁边界处的剪切应力可由下面三个式子来求解<sup>[1]</sup>, 即

$$Re_2 = \rho w_2 y / \mu \quad (2)$$

$$C_f = -0.001767 + \frac{0.03177}{\ln(Re_2)} + \frac{0.25614}{(\ln(Re_2))^2} \quad (3)$$

$$\tau = \rho C_f w_2^2 / 2 \quad (4)$$

其中,  $Re$  为雷诺数,  $y$  为网格点垂直固壁距离,  $C_f$  为摩擦系数, 下标“2”表示离开壁面的第一个网格点。得到沿壁面方向的  $\tau$  之后, 经过张量转换, 即可得到计算所需的固壁上的各应力分量  $\tau_y$ 。由于这个显式的壁面函数公式能较准确地估计固壁面处的剪切应力, 壁面边界层内不需要再布置大量的计算网格点数, 因而计算工作量大大减少。而由于假设网格上的第一个点在边界层内, 在实际计算中固壁采用的是滑移边界条件。

文献 [3] 指出, 对于复杂的叶轮机械三维流动, 双方程和一方程湍流模型比零方程模型并没有

明显的优势, 因此采用简单的混合长度模型对雷诺平均 N-S 方程进行封闭。具体算法是在通道内近壁网格点处, 混合长度取为  $l = 0.41 y$ , 其中  $y$  为计算网格点离壁面的垂直距离。尾迹区的混合长度为定值, 本文取为 2% 弦长。则

$$\mu_t = \rho^2 l |\omega| \quad (5)$$

其中  $\omega$  为旋度。湍流粘度分布区域的大小由输入数据给定, 本计算程序取离固壁 10% 弦长范围以内湍流粘度存在。在计算程序中设定计算得到的湍流粘性系数不得比层流粘性系数大 1000 倍, 以提高计算的稳定性。需要说明的是, 采用本文的方法计算壁面剪切应力和湍流粘性系数, 在边界层分离时, 计算结果可能会出现大的偏差。

### 3 基本算法和多重网格法

首先将基本方程组 (1) 从直角坐标系转化到任意曲线坐标系, 然后采用隐式的时间推进有限差分方法求解任意曲线坐标下的可压缩雷诺平均 N-S 方程。数值算法包括一种高收敛率的 LU 型隐式格式<sup>[4]</sup>和改良型高精度高分辨率的 MUSCL TVD 格式<sup>[5]</sup>。LU 隐式格式是在 LU-SGS 隐式格式基础上发展而来的。由于采用了相似变换而不是近似处理来构造通量矢量的迎风 Jacobian 矩阵, 收敛速度比 LU-SGS 还要快。改良型高精度的 MUSCL TVD 格式是一种四 (五) 阶高分辨率的 TVD 类迎风格式, 能适用于速度范围极宽的流场数值模拟, 尤其适于精确地捕捉粘性流场中的弱间断面和滑移面。

以 Jameson 和 Yoon<sup>[6]</sup>发展的有限体积形式的多重网格方法为基础, 结合可压缩雷诺平均 N-S 方程和全近似 FAS (Full Approximation Storage) 格式<sup>[7]</sup>, 发展了基于 LU 隐式格式和 MUSCL TVD 格式的有限差分形式的三维多重网格方法。

与有限体积法不同的是, 在限制过程中, 变量和残差传输的限制因子应当完全相同。另外, 为求解建立在曲线坐标系上的流动方程, 粗网控制方程中的各矩阵元素也应当进行从细网到粗网的限制传递。由于采用坐标变换方法, 已经将建立在任意曲线坐标系上的计算方程变换到了计算平面中规则区域上的均分网格上, 所有的插值因子和限制因子变得非常简单, 对于三维问题, 采用普通的三线性插值和线性平均限制即可。但边界点, 尤其是固壁上的边界点上的各量的传递应与内点稍有不同。本文采用“冻结法”, 即在限制过程中仅传递在粗细网格

中重合的点的各个量的值, 在回差过程中, 对残差并不处理。

应当指出, 由于粗网格的解是由细网上的残差来推动求得的, 所以用多重网格法最后在细网格上得到的解与从只用单重网格得到的解没有任何区别。

#### 4 计算结果与分析

采用 NASA Lewis 67 跨音速低展弦比风扇转子作为算例。转子的入口轮缘轮毂比为 0.375, 叶尖速度 430 m/s, 设计压比 1.63, 轴向进气。计算采用的 H 型网格由 Thompson 方法结合几何法生成<sup>[8]</sup>, 网格点数为  $49 \times 17 \times 25$ 。计算在 Pentium 微机上进行, 其主频是 233 Hz, 内存为 64 M。得到特性图上的一个工况点大约耗时 30 min。以此流场作为初场, 得到其它工况点的结果所需时间约 15 min。实验测量数据采自文献 [9]。

图 1 和图 2 是在给定进口总温、总压, 调整背压而计算得到的转子效率和总压比随流量变化曲线, 图中计算和实验得到的流量分别用其对应的阻塞流量无量纲化。计算得到的阻塞流量为 34.68 kg/s, 实验值是 34.96 kg/s, 误差不到 1%。在所有计算

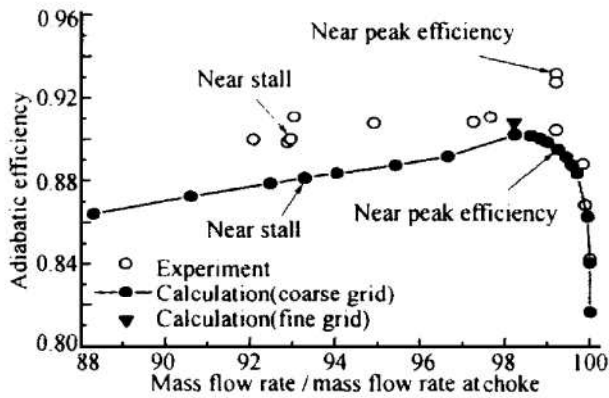


Fig. 1 Adiabatic efficiency at design speed

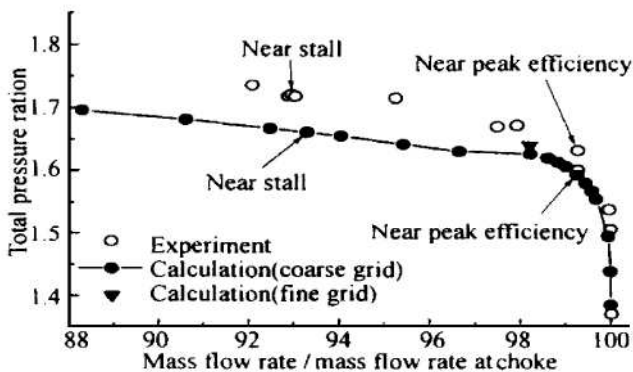


Fig. 2 Total pressure ratio at design speed

中, 进口总压和总温径向分布给定最高效率点工况时测得的实验值。从图 1, 2 可以看出, 计算得到的总特性线趋势与实验值符合得较好, 但计算值稍低, 尤其是越接近失速工况, 差距越大, 但最大误差小于 3%。为考察网格疏密对计算结果的影响, 我们还用点数为  $65 \times 33 \times 33$  的网格计算了一个工况。从图 1, 2 可以看出, 结果精度改善有限, 因此采用  $49 \times 17 \times 25$  个网格点数已经足够。图 3, 4 分别是出口总温比和绝对气流角在近最高效率点工况

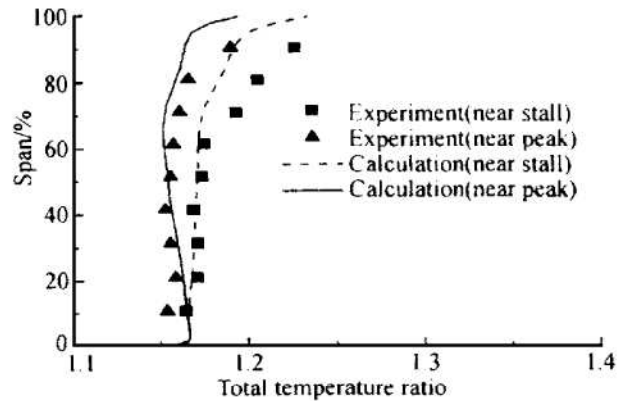


Fig. 3 Total temperature profiles at exit station

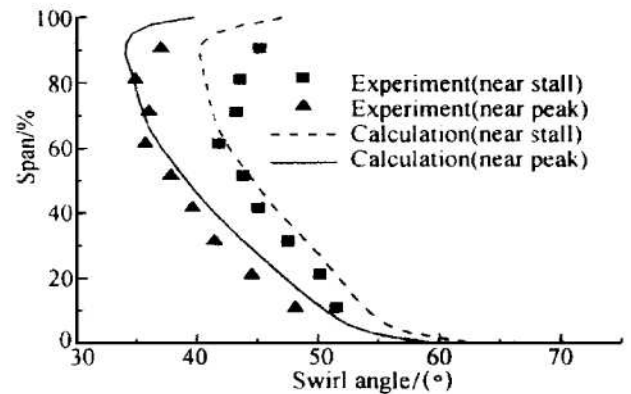


Fig. 4 Swirl angle profiles at exit station

和近失速工况时的沿径向分布。各计算值沿径向能与实验值较好地符合, 但在个别区域出现了较大的差异。图 5 是距轮缘 10% 相对叶高处的近最高效率点工况和近失速工况计算及实验得到的  $Ma$  数等值线图。从图中可以看出, 激波捕捉得较为清晰, 激波的位置也较为准确,  $Ma$  数的分布也同实验吻合得较好。在近最高效率点, 叶片前缘斜激波和通道内激波成“X”形状, 而在失速工况只有前缘激波存在, 这也是与实验观测一致的。需要说明的是, 由于力求快速求解, 本方法采用了多种简化手段, 计算网格点数较少, 因此很难捕捉粘性流动存在的某些细节, 如二次流等。

图 6 为单网格法与二、三、四重 V 型循环及三重 VV 型循环多重网格法的收敛历史对比。可以看出, 多重网格达到收敛时的收敛步数比单重网格要

大大减少。虽然多重网格法在每一个迭代步内花费的时间有所增加, 但由于迭代次数的大大减少, 达到预定计算精度节省总的 CPU 时间在 30% 以上。

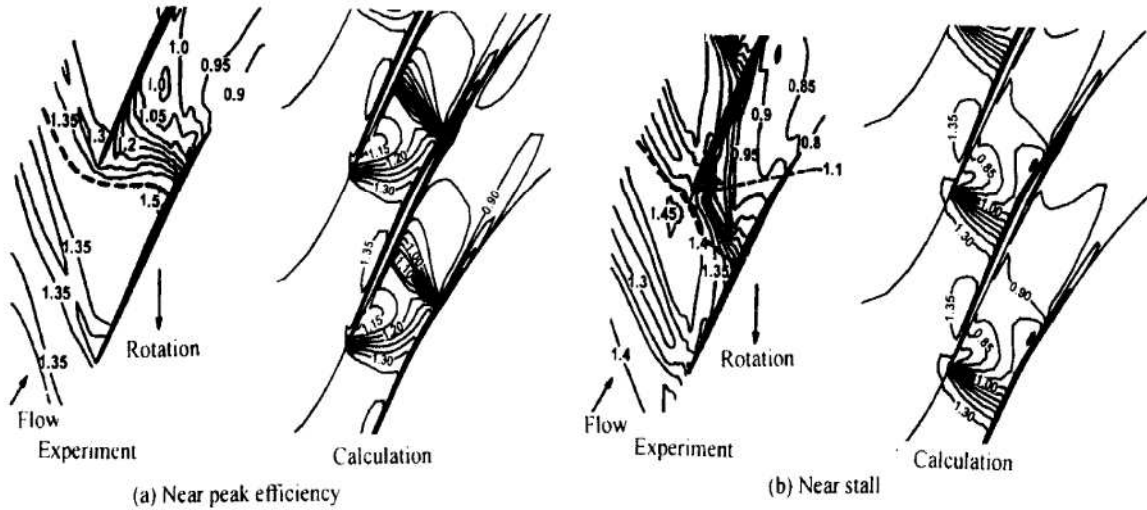


Fig. 5 Relative Mach number contours at 10% span from shroud

### 5 结 论

本文应用一种基于 LU 型隐式格式和迎风格式发展而来并结合多重网格技术的快速求解三维粘性流场的计算方法, 对 NASA Lewis 67 风扇转子流场进行了计算, 结果显示该算法具有快速、准确的特点。多重网格法也能与该算法很好地结合, 得到良好的加速收敛效果。从一定意义上说, 本文的计算是对计算方法的检验, 希望这种算法能在叶轮机多叶片排全三维流场校核计算中发挥积极作用。

[2] 袁 宁, 张振家, 王松涛, 等. 三维粘性流数值计算在多级透平中的应用 [J]. 推进技术, 1999, 20 (5) .

[3] Denton J D. Lessons from rotor 37 [C]. In Proceedings: 3rd International Symposium on Aerothermodynamics of Internal Flows, 1996, III: 3~ 14.

[4] Yuan Xin, Daiguji H. A new LU-type implicit scheme for three-dimensional compressible Navier-Stokes equations [C]. In Proceedings: 6th International Symposium on Computational Fluid Dynamics, 1995, III: 1473~ 1478.

[5] Daiguji H, Yuan Xin, Yamamoto S. Stabilization of higher-order high resolution schemes for the compressible Navier-Stokes equations [J]. Int J Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 1997, 7 (2/3): 250~ 274.

[6] Jameson A, Yoon S. Lower-upper implicit schemes with multiple grids for the Euler equations [J]. AIAA J, 1987, 25 (7): 929~ 935.

[7] 侯凌云, 严传俊. 分区多重网格法在复杂区域中的数值研究 [J]. 推进技术, 2000, 21 (1) .

[8] 张宏武, 徐 纲, 袁 新, 等. 应用高分辨率迎风格式精确分析透平叶栅三维湍流流场 [J]. 工程热物理学报, 1999, 20 (5): 553~ 557 .

[9] Strazisar A J, Wood J R, Hathaway M D, et al. Laser anemometer measurements in a transonic axial-flow fan rotor [R]. NASA-TP-2879, 1989.

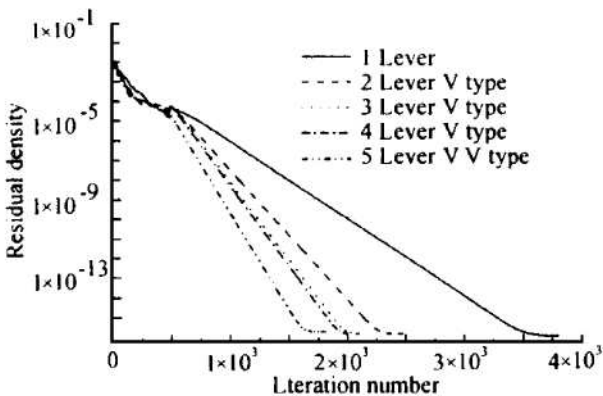


Fig. 6 Convergence histories

### 参 考 文 献

[1] Denton J D. The calculation of three-dimensional viscous flow through multistage turbomachines [J]. J of Turbomachinery, 1992, 114: 18~ 26.

(责任编辑: 盛汉泉)