

$$\left. \begin{aligned}
 \text{其中: } U &= [\rho, \rho u, \rho v, \rho(e + \frac{u^2 + v^2}{2})]^T \\
 F &= [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho u(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2})]^T \\
 G &= [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho v(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2})]^T \\
 J &= [0, 0, p, 0]^T \\
 \delta &= \begin{cases} 0 & \text{平面情况} \\ 1 & \text{轴对称情况} \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将式(1)在底面积为 A ,高为 Δt 的区域上积分并将其离散化后,有

$$U^{n+1} = U^n - \frac{\Delta t}{A_1} [(F \cos \alpha + G \cos \beta)_k \cdot B_k] + \frac{J^n \cdot \Delta t}{A_1} \cdot A \quad (3)$$

$$\text{其中, } A_1 = \iint_A y^\delta dA; \quad A = \iint_A y^\delta dA; \quad B_k = \int_{\partial A_k} y_k^\delta dl$$

∂A_k 表示底面 A 的四条边界, $k=1, 2, 3, 4$ 。 $\cos \alpha$ 和 $\cos \beta$ 表示网格边界的方向余弦。因此, $[(F \cos \alpha + G \cos \beta)_k \cdot B_k]$ 代表守恒量在网格边界上的通量。

MUSCL格式解差分方程(3)有以下几个步骤^[2,3]:

第一步,假定网格内的流动变量呈线性分布,利用一种插值方法确定近似线性分布函数的斜率,得到网格边界的流动变量值。在求斜率的插值过程中引入单调性限制条件,使格式具有耗散性,防止波后伪振荡。

第二步,利用由线性分布函数所得到的网格边界两边的流动变量值,在网格两边作Riemann分解。Riemann分解将非线性波干扰问题的分析解引入数值计算中,判断间断面上干扰后会产生两道何种波,根据波前后流动变量的解析关系,确定出 t^n 时间层网格边界上 $F(U^n)$ 和 $G(U^n)$ 的值。

第三步,追踪特征线并解特征方程,获得 t^{n+1} 时间层网格边界上 $F(U^{n+1})$ 和 $G(U^{n+1})$ 的值。对于光滑区和接触间断附近,特征线方程成立,而在激波附近,特征线方程不再成立,对这一区域需做特殊处理,利用激波关系式代替特征线方程,收到了良好效果。

第四步,计算平均值

$$\begin{cases} F = \frac{1}{2} [F(U^n) + F(U^{n+1})] \\ G = \frac{1}{2} [G(U^n) + G(U^{n+1})] \end{cases} \quad (4)$$

将其代入式(3)后,完成全部计算。

3 耗散机制的引入

为了防止数值振荡并使格式单调,需要引入单调性限制条件和一定的耗散机制。与文献[4]所提及的单调性限制条件相结合,可以得到计算斜率 ΔW 的公式

$$(\Delta_j W)_{\text{lim}} = \begin{cases} \min(2|W_{j+1} - W_j|, 2|W_j - W_{j-1}|) & (\text{当}(W_{j+1} - W_j)(W_j - W_{j-1}) > 0) \\ 0 & (\text{其它}) \end{cases} \quad (5)$$

$$(\bar{\Delta}_j W)_F = \min\left(\frac{1}{2}|W_{j+1} - W_{j-1}|, (\bar{\Delta}_j W)_{\text{lim}}\right) \cdot \text{sgn}(W_{j+1} - W_{j-1}) \quad (6)$$

$$\bar{\Delta}_j W = \min\left\{|W_{j+1} - \frac{1}{2}(\bar{\Delta}_{j+1} W)_F - W_{j-1} - \frac{1}{2}(\bar{\Delta}_{j-1} W)_F|, (\bar{\Delta}_j W)_{\text{lim}}\right\} \cdot \text{sgn}(W_{j+1} - W_j) \quad (7)$$

其中，式中符号 $\text{sgn}(\quad)$ 表示取 (\quad) 中值的符号。

MUSCL 格式是依靠不断地平均一系列运动波的解来产生耗散的。在 Lagrange 坐标系下，激波总是相对于网格运动，因此，在激波附近总能产生一定量的耗散，而在 Euler 坐标系下，激波相对于网格可以是静止的，这时，耗散完全消失了。为了保证气体经过激波后有正确的熵增，合理地描述流动变量的跳跃，需要对式 (7) 所确定的 $\bar{\Delta}W$ 进行一些限制，使其在激波处产生一定量的耗散，本文取 $(\bar{\Delta}_j W)_F = A_j \cdot \bar{\Delta}_j W$ ，依靠系数 A_j 来减小斜率值。其中 A_j 应有如下一些性质：当第 j 个网格不在激波附近时，取 $A_j = 1$ ；当网格邻近激波，且激波静止时，取 $A_j = 0$ ；对于中等情况，斜率应有中等程度的减小，由下列公式确定的 A_j 满足这些要求。

$$\left. \begin{aligned} B_j^2 &= |p_{j+1} \cdot p_{j-1}| \\ S_j &= \text{sgn}(p_{j-1} - p_{j+1}) \\ \lambda_{j,R} &= u_{j+1} + S_j C_{j+1} \\ \lambda_{j,L} &= u_{j-1} + S_j C_{j-1} \\ D_j &= S_j u_{j+s_j} + B_j / \rho_{j+s_j} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\bar{A}_j = \begin{cases} \frac{|D_j|}{|D_j| + \min(|\lambda_{j,R}|, |\lambda_{j,L}|)} & \left(\text{当} \frac{|p_{j+1} - p_j|}{\min(p_{j+1}, p_{j-1})} > \frac{1}{4}, \lambda_{j,k} \cdot \lambda_{j,L} < 0 \right. \\ \text{以及 } u_{j+1} < u_{j-1} \text{ 同时成立时)} \\ 1 & \text{(其它)} \end{cases} \quad (9)$$

$$A_j = \max(0, 1 - 2(1 - \bar{A}_j))$$

其中， p ， ρ ， u ， c 分别代表压力，密度，速度和当地音速。

4 数值结果及结论

图 1 为火箭点火后底板上的压力分布图，根据对称性，仅画出了右半部分。从图 1 的压力曲线上可以看出，在点火初期，底板上压力几乎无任何变化，随着气流的喷出，底板上压力逐渐增大，且最大压力由中心点开始，向周围移动。火箭喷出的超音速流与底板强烈地相互作用，形成了相交激波、马赫盘及反射激波，同时，在底板板面形成板面激波，这与文献 [5] 的实验结果是一致的。

考虑一枚火箭垂直发射时，其底部喷流出口压力 $p_e = 4.0 \times 10^5 \text{Pa}$ ，出口密度 $\rho_e = 4.90 \text{kg/m}^3$ ，速

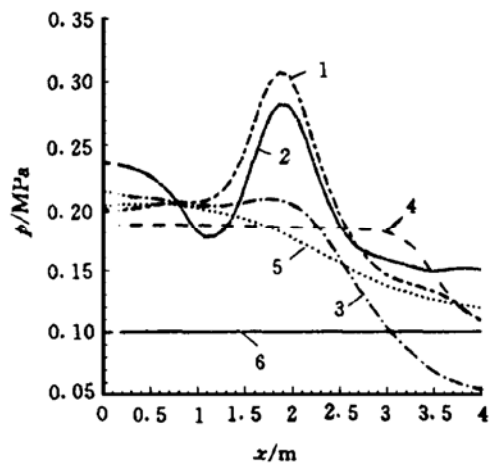


Fig. 1 Pressure distribution along the chassis

- 1) 25.0ms 2) 30.0ms 3) 20.0ms
4) 10.0ms 5) 16.0ms

度 $v_e=510.0\text{m/s}$, 扩张比 $\xi_e=2.0$, 扩张半角 $\alpha_e=15^\circ$, 喷口直径取一个单位长, 整个计算区域布置网格为 80×80 , 图 2 至图 4 为不同时刻火箭垂直发射的等密度图、等压力图和等温度图。

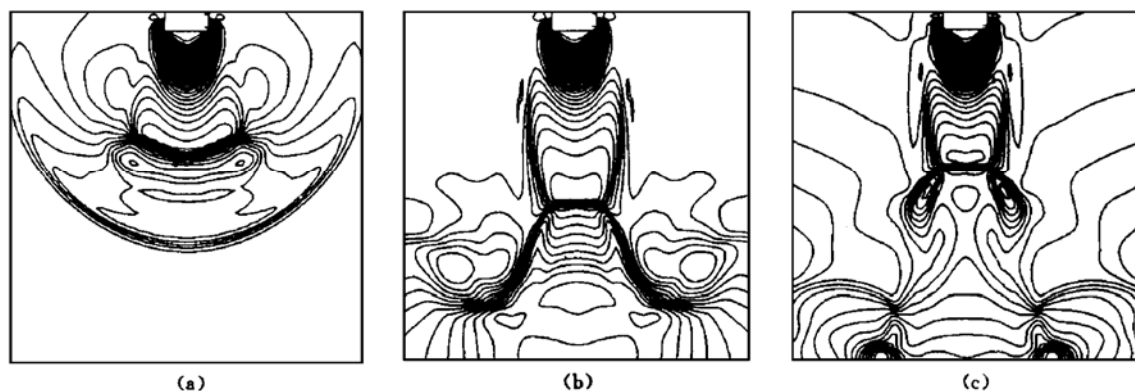


Fig. 2 Density contour

(a) $t=5.0\text{ms}$ (b) $t=15\text{ms}$ (c) $t=25\text{ms}$

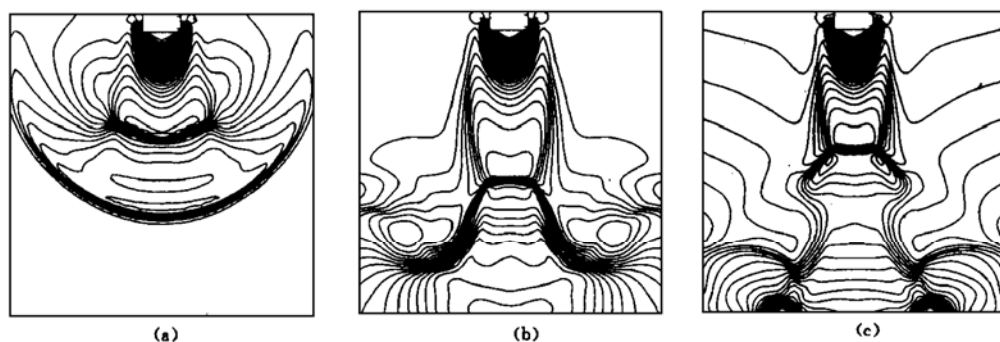


Fig. 3 Pressure Contour

(a) $t=5.0\text{ms}$ (b) $t=15\text{ms}$ (c) $t=25\text{ms}$

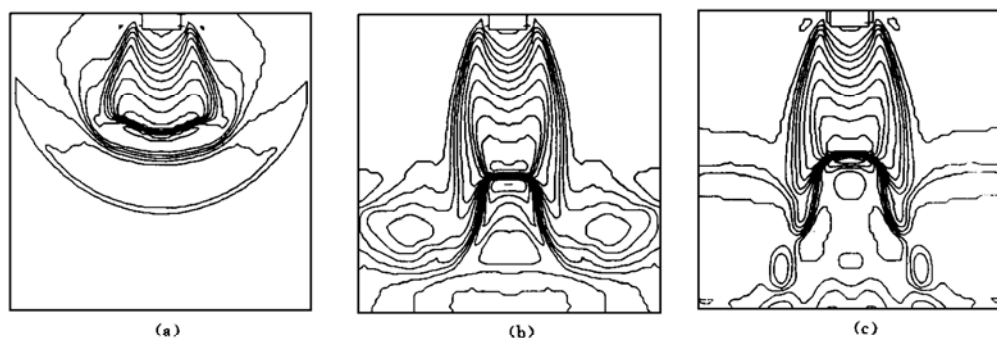


Fig. 4 Temperature contour

(a) $t=5.0\text{ms}$ (b) $t=15\text{ms}$ (c) $t=25\text{ms}$

由上述结果可见, 本文所采用的数值格式及处理方法是十分有效的, 在较粗的网格下仍

能保持对激波的高分辨率, 模拟结果的激波结构非常清晰并且合理。

参 考 文 献

- 1 Agrell J, White R A. An experimental investigation of supersonic axisymmetric flow over boattails containing a centred propulsive jet. FFA Tech Note AU-913, 1974.
- 2 Van Leer B. Towards the ultimate conservative differences scheme V. Journal of Computational Physics, 1979, 32: 101~136.
- 3 Colella P. A direct Eulerian MUSCL scheme for gas dynamics. SIAM J Sci Stat Comput, 1985, 6 (1): 104~117.
- 4 Van Leer B. Towards the ultimate conservative differences scheme N. Journal of Computational Physics, 1977, 23: 276~299.
- 5 张福祥. 火箭燃气射流动力学. 北京: 国防工业出版社, 1988.



简 讯

洛克希德·马丁公司成交 10 亿美元火箭发动机合同

洛克希德·马丁公司已签订专项合同, 从俄罗斯动力机械科研生产联合体和普·惠公司联合投资的 RD AMROSS 处购买价值 10 亿美元的 101 台俄罗斯 RD-180 火箭发动机。

这批发动机将用在宇宙神 2AR 卫星运载火箭上, 该项目由洛克希德·马丁公司与俄罗斯赫鲁尼切夫厂和能源公司联合投资的 ILS 国际发射中心完成。宇宙神 2AR 将于 1998 年 12 月首次飞行。

如果洛克希德公司在 1998 年 6 月从美国空军处赢得价值 20 亿美元的渐进一次性运载器 (EELV) 合同, 这些发动机也将用于商业发射任务的 EELV 上。

EELV 合同的另一竞争者为麦道公司, 该合同的赢者将成为这批助推器的唯一供给者, 意味着在 30 年里商业收入达 300 亿美元。

这批俄罗斯发动机将由动力机械科研生产联合体设在希姆基和普·惠公司在佛罗里达州西棕榈海滩的工厂制造。普·惠公司计划在西棕榈海滩处建一个 RD-180 发动机制造工厂。如果洛克希德·马丁公司赢得 EELV 合同, 它将制造 RD-180 发动机为任何管理机构发射提供动力, 以满足美国政府要求。

洛克希德·马丁公司已与 RD AMROSS 进入协调安排阶段, 包括在佛罗里达州新工厂的未公开的投资。

以色列飞机工业公司 (IAI) 已与美国佛罗里达州奥兰多的科尔曼研究公司联合, 共同开发和发射三级 Shavit 卫星助推器。IAI 希望与锡奥科尔化学公司签订合同, 以便让该美国公司为其前两级助推器装填固体推进剂, 为第三级提供星 48 发动机。IAI 也希望与马特拉·马可尼宇航公司形成伙伴关系, 以销售用于低地球轨道飞行的 Shavit 的另一改进型。

阿曼里安宇航公司在收到为瑞典和美国各发射一枚卫星的订单后, 将发射的卫星已积压 42 个, 现在为一客户提供的两枚卫星希望发射时机不相同。瑞典的西洛斯 3 号卫星将于 1998 年发射。美国电信星 6 号 (Telstar 6) 将于 1999 年搭载阿里安 5 号升空。(刘萝威 供稿)

计算表面霜层厚度的简化模型*

程惠尔 杨程

(上海交通大学动力与能源工程学院, 上海, 200030)

摘要: 根据斐克分子扩散定理及能量、质量守恒原理, 提出一种表面霜增长的简化模型。计算表明, 模型与实验数据和其它结霜模型相当吻合, 能够较真实地预估霜的成长规律。

关键词: 结晶度, 传导传热, 对流传热, 质量传递, 数学模型

分类号: TK124

A SIMPLIFIED MODEL FOR ESTIMATING FROST LAYER THICKNESS ON SURFACE

Cheng Huier Yang Cheng

(School of Power and Energy Engineering, Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai, 200030)

Abstract: On the basis of molecular diffusion Fick's law and principles of energy and mass conservation, a simplified model of frost growth on a surface is presented. Numerical calculation shows that the model can predict the regularity of frost growth with reality. It is in accord well with existent experimental data and other theoretical models.

Subject terms: Crystallinity, Conductive heat transfer, Convective heat transfer, Mass transfer, Mathematical model

1 引言

许多设备的壁面温度常低于 0°C , 此时如有含湿气流流过, 并当气流中的水蒸汽分压力大于壁温所对应的饱和水蒸汽分压力时, 结霜就会发生。许多学者从理论和实验上曾对此作了不少研究^[1], 但人们对于结霜过程的了解还是远远不够的。本文提出一种简化模型, 旨在为霜成长这一伴随有传热传质过程的复杂现象, 提供一个比较简便而可靠的计算方法。

2 物理模型

研究图 1 所示空气-水蒸汽成霜系统, 认为水蒸汽到达霜层表面后分成两个部分, 其中一部分 (用 m_1 表示) 直接在霜表面凝结成霜, 使霜层增厚, 剩余部分 (用 m_{sd} 表示) 扩散进入已有霜体, 使其密度增加。

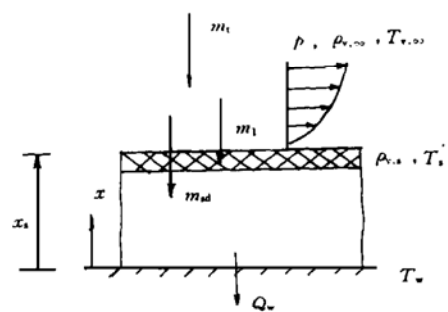


Fig. 1 Energy and mass balance relation of frost layer

* 收稿日期: 1997-03-21, 修回日期: 1997-09-16