

2 涡轮泵转子工作转速的模糊可靠性确定方法

2.1 隶属函数的选择

设转子的工作状态理论域为 U , 则临界转速(或称转子失效)为 U 上的模糊子集 \tilde{A} 。用隶属函数 $\mu_{\tilde{A}}$ 来描述转子的工作状态对“失效”的隶属程度, 记为:

$$\mu_{\tilde{A}} = \int_U \mu_{\tilde{A}}(x) dx \quad (1)$$

其中 x 为转子的工作转速值; $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 为 x 作用下转子失效的程度。

转子从“完好”到“失效”是一个连续工作状态, 故用连续型正态分布隶属函数加以描述, 如图 1 所示。

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-a)^2}{b^2}} & x \in [c_1, c_2] \\ 0 & x \notin [c_1, c_2] \end{cases} \quad (2)$$

(1) 式(2)中参数 a 表示转子工作状态失效的转速阈值, 可取 a 为临界转速。

(2) 当 $x = a \pm b \sqrt{-\ln 0.5}$, 即 $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.5$ 时是最难确定“转子失效”这一模糊随机事件, 即 $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.5$ 时所对应的工作转速 x 是模糊的。因此取阈值 $\lambda = 0.5$, 并规定凡工作转速隶属度大于或等于 0.5, 就属于我们给出的模糊事件。即取:

$$c_1 = a - b \sqrt{-\ln 0.5} \quad (3), \quad c_2 = a + b \sqrt{-\ln 0.5} \quad (4)$$

(3) 参数 $b > 0$, 反映了转子从“完好”到“失效”衰减的快慢, 由设计者主观判定。当设计者确定 b 值经验不足, 把握不大时, 可取近似等于临界转速的标准差。

2.2 涡轮泵转子的模糊可靠度计算方法

设转子工作转速分布的概率密度函数为 $f(x)$, 则转子的模糊失效概率为:

$$P = P(\tilde{A}) = \int_U \mu_{\tilde{A}}(x) f(x) dx \quad (5)$$

相应的模糊可靠度为: $R = 1 - P$ 。设工作转速为正态分布, 其概率密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(x-\bar{n})^2}{2\sigma_n^2}} \quad (6)$$

其中 \bar{n} 为工作转速的均值; σ_n 为工作转速的标准差。

设转子失效的隶属函数为式(2)所示的正态分布。则由式(5)计算得模糊失效概率为:

$$P = \frac{b}{\sqrt{2\sigma_n^2 + b^2}} \cdot e^{-\frac{(a-\bar{n})^2}{2\sigma_n^2 + b^2}} \cdot [\phi(z_2) - \phi(z_1)] \quad (7)$$

其中 $\phi(z)$ 为标准正态分布函数;

$$z_1 = \frac{\sqrt{2\sigma_n^2 + b^2}}{b\sigma_n} \left(c_1 - \frac{2a\sigma_n^2 + b^2\bar{n}}{2\sigma_n^2 + b^2} \right); \quad z_2 = \frac{\sqrt{2\sigma_n^2 + b^2}}{b\sigma_n} \left(c_2 - \frac{2a\sigma_n^2 + b^2\bar{n}}{2\sigma_n^2 + b^2} \right)。$$

相应的模糊可靠度为:

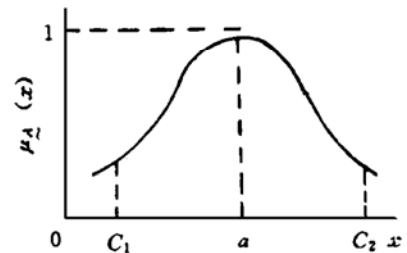


Fig. 1 The membership function

$$\tilde{R} = 1 - P \tag{8}$$

2.3 涡轮泵转子工作转速的模糊可靠性确定方法举例

设涡轮泵转子的临界转速 $n_{cr} = (\bar{n}_c, \sigma_{nc})$ r/min, 工作转速 n 的标准差为 σ_n , 要求确定可靠度为 R_0 时的工作转速。

首先在可靠度为 R_0 时按常规可靠性设计, 对于 $n < n_c$, 可靠度为:

$$R = P(n_c - n > 0) = \phi(z_1) \tag{9}, \quad z_1 = \frac{\bar{n}_c - \bar{n}}{\sqrt{\sigma_{nc}^2 + \sigma_n^2}} \tag{10}$$

对于 $n > n_c$, 可靠度为:

$$R = P(n - n_c > 0) = \phi(z_2) \tag{11}, \quad z_2 = \frac{\bar{n} - \bar{n}_c}{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_{nc}^2}} \tag{12}$$

由(10)式计算出低于临界转速的工作转速 n_1 或(12)式计算出高于临界转速的工作转速 n_2 , 再由(3)~(4)、(7)~(8)式计算出此时的模糊可靠度 \tilde{R} , 若 \tilde{R} 大于 R_0 , 且其差值满足给定的精度要求, 则终止计算, 否则调整 n_1, n_2 , 直至满足要求。表 1 为某涡轮泵转子在不同可靠度下经计算所得的工作转速值。

Table 1 Working rotation speed at different R_0

$n_{cr}/(\text{r/min})$	$n_{cr} = 50000 \pm 900, \sigma_n = 345.45$			$n_{cr} = 25000 \pm 600, \sigma_n = 250$		
R_0	0.9999	0.999	0.9987	0.9999	0.999	0.9987
$n_1/(\text{r/min})$	48496.44	48716.23	48743.40	23924.34	24084.72	24104.53
$n_2/(\text{r/min})$	51503.56	51283.77	51256.60	26075.66	25915.28	25895.47
\tilde{R}	0.999901	0.999002	0.998709	0.999902	0.999	0.998702

根据表 1 的数据, 以一阶临界转速 $n_{cr} = (25000 \pm 600)$ r/min 为例, 画出图 2。图 2 中 n_{cr} 线附近为不允许取的工作转速区, 阴影区为对应不同可靠度要求 R_0 的可取工作转速范围。由图 2 可见, 可靠度要求越高, 不允许取的工作转速范围越大。当 $R_0 = 0.9999$ 时, 不允许取的工作转速范围为 n_{cr} 的 2.61%。二阶临界转速的情况类似, 当 $R_0 = 0.9999$ 时, 不允许取的工作转速范围为 n_{cr} 的 3.01%。

习惯上涡轮泵转子的工作转速不得取第一临界转速的 $\pm 25\%$ 或第二临界转速的 $\pm 15\%$, 如图 3 所示。这种取法不尽合理, 具有一定的盲目性和保守性; 而本

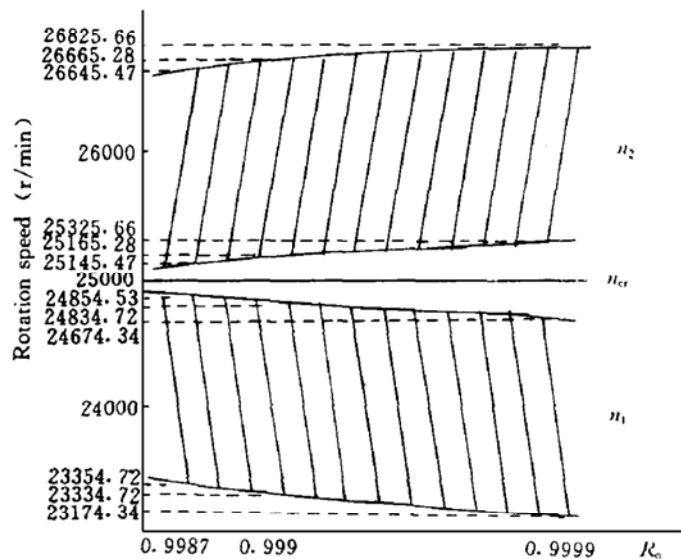


Fig. 2 When $n_{cr} = (25000 \pm 600)$ r/min and $\sigma_n = 250$ r/min, working rotation speed at different R_0

文的方法具有科学性和合理性。

2.4 讨论式(2)隶属函数中参数 a 、 b 的变化对转子模糊可靠度的影响

设涡轮泵转子的工作转速为 $n = (24084 \pm 750) \text{r/min}$, 当 a 、 b 取不同值时, 计算转子的模糊可靠度。

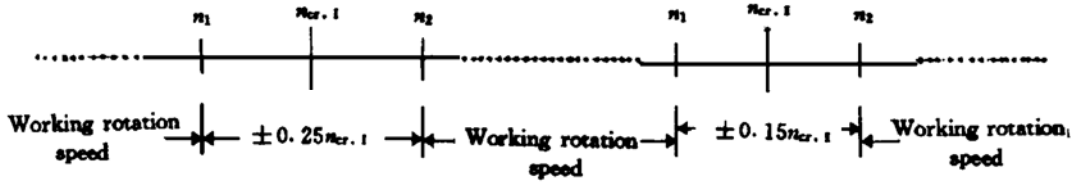


Fig. 3 Usual deterring method about working rotation speed

由式(3)~(4)、(7)~(8)计算得模糊可靠度 \tilde{R} , 如图4、图5。从中可以看出, 当 b 不变时, \tilde{R} 随 a 的增大而增大; a 不变时, \tilde{R} 随 b 的减小而增大, 这是由于 a 的增大和 b 的减小使得工作转速更远离临界转速且临界转速的允许范围减小的结果。

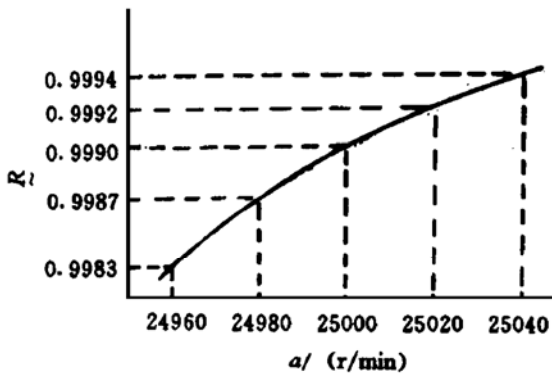


Fig. 4 When b never changes, the influence of a on \tilde{R}

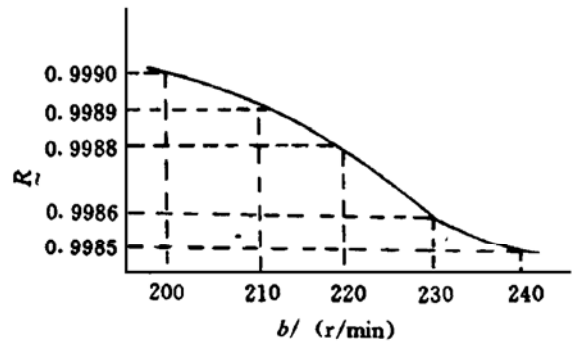


Fig. 5 When a never changes, the influence of b on \tilde{R}

3 结 论

本文用模糊理论量化的方法建立了涡轮泵转子工作转速的可靠度计算模型, 较科学合理地导出了确定涡轮泵转子工作转速范围的方法。如果初样设计时临界转速计算很准确, 或者当时对涡轮泵转子的初样进行了临界转速测定, 在修改模样设计时, 可用本文的方法确定或调整工作转速的选取范围。

参 考 文 献

- 1 任汉芬, 颜子初译. 液体火箭发动机结构设计. 北京: 宇航出版社, 1992.
- 2 蔺 垆. 实用模糊数学. 北京: 科学技术文献出版社, 1989.
- 3 吴杰明. 存在模糊信息时的可靠性计算. 机械设计, 1987(2)

火箭垂直发射燃气流场的数值模拟*

杨宏伟 马大为 李志刚 乐贵高

(南京理工大学动力工程学院, 南京, 210094)

摘要: 数值模拟了火箭垂直发射燃气流场的非定常过程, 在计算中采用了二阶精度的 MUSCL 格式, 在引入单调性限制条件和一定的耗散机制后, 该方法适应于 Euler 坐标系下的计算。计算结果表明, 该方法得到的流场激波结构十分清晰, 计算结果和实验规律相一致。

主题词: 垂直发射, 喷管气流, MUSCL 格式⁺, 数值分析

分类号: V435.11

NUMERICAL SIMULATION OF BURNING GAS FLOW DURING VERTICAL LAUNCH OF A ROCKET

Yang Hongwei Ma Dawei Li Zhigang Le Guigao

(School of Dynamic Engineering, Nanjing Univ. of Science and Technology, Nanjing, 210094)

Abstract: The numerical results of burning gas flow during the vertical launch of a rocket are reported. The second-order accurate MUSCL scheme is employed. The scheme is suitable for the calculation in Eulerian coordinates on monotonicity condition and some dissipation mechanisms are introduced. The computed results show that the shockwave structure in interaction flowfield is very clear and agrees well with that observation in experiments.

Subject terms: Vertical launching, Nozzle flow, MUSCL scheme⁺, Numerical analysis

1 引言

火箭垂直发射点火阶段的燃气流场是个典型的非定常流场。近年来发展起来的 MUSCL 格式在处理非定常问题中有其独到之处, 它能够很仔细地处理网格边界处的干扰, 它利用 Riemann 分解和特征线方法确定网格边界上流动变量的时间平均值, 每一步的物理含义都非常清楚, 因此, 本文采用 MUSCL 格式来研究火箭垂直发射燃气流场的流动情况。

2 基本方程及数值方法

火箭发动机燃气喷流的实验结果表明^[1], 粘性的影响是次要的, 而燃气的压缩性影响较显著。因此可作如下简化假设: 气体的粘性和热传导的影响可以忽略不计, 气体满足 ν 律状态方程, 于是, 垂直发射系统燃气流动方程可写成如下守恒形式

$$(U \cdot y^\delta)_t + [F(U) \cdot y^\delta]_x + [G(U) \cdot y^\delta]_y = J(U) \cdot \delta \quad (1)$$

* 收稿日期: 1997-03-26, 修回日期: 1997-09-16